



DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

[Www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

SACHIN DAKSH dreamtopper.in

B.A/B.Sc. I Examination, 2017 (Unified Syllabus)
Mathematics-III Geometry & Vector Calculus

Time : 3 Hrs.]

(AB-128)

[M.M. : 34/70]

Note : इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों-A, B, C, D, E तथा इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-B, C, D, E (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। This paper is divided into five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

खण्ड-अ (Section-A)

इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित है। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries 1.4/3 marks.

- 1.(i) दर्शाइए कि द्विघात समीकरण $5x^2 - 2xy + 5y^2 + 2x - 10y - 7 = 0$ एक दीर्घवृत्त प्रदर्शित करती है।
Show that the equation of second degree $5x^2 - 2xy + 5y^2 + 2x - 10y - 7 = 0$ represents an ellipse.
- (ii) शांकव $\frac{14}{r} = 3 - 8 \cos \theta$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जिसका त्रिज्य सदिश 2 है।
Find the point on the conic $\frac{14}{r} = 3 - 8 \cos \theta$ whose radius vector is 2.
- (iii) दिखाइये कि तीन बिन्दु A (2, -1, 3), B (4, 3, 1) तथा C (3, 1, 2) संरेखीय हैं।
Show that the three points A (2, -1, 3), B (4, 3, 1) and C (3, 1, 2) are collinear.
- (iv) सिद्ध कीजिए कि तीन संकेन्द्रीय रेखाएँ जिनकी दिक् कोज्याएँ $l_1, m_1, n_1; l_2, m_2, n_2$ तथा l_3, m_3, n_3 हैं, समतलीय होंगी यदि
Prove that the three concurrent lines with direction cosines $l_1, m_1, n_1; l_2, m_2, n_2$ and l_3, m_3, n_3 are

coplanar if :
$$\begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix} = 0$$

- (v) समतलों $2x - y + z = 6$ तथा $x + y + 2z = 7$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।
Find the angle between the planes $2x - y + z = 6$ and $x + y + 2z = 7$.
- (vi) यदि रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-a}{c}$ समतल $3x - y + 4z = 7$ के समान्तर है, तो c ज्ञात कीजिए।
If the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-a}{c}$ is parallel to the plane $3x - y + 4z = 7$, then find c.
- (vii) शांकव $3x^2 - 5y^2 + z^2 + 2 = 0$ के बिन्दु (1, 1, 0) पर स्पर्शी तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।
Find the equation of the tangent plane to the conicoid $3x^2 - 5y^2 + z^2 + 2 = 0$ at the point (1, 1, 0).
- (viii) यदि $\vec{r} = e^{nt} \vec{a} + e^{-nt} \vec{b}$, जहाँ \vec{a}, \vec{b} अचर सदिश हैं, दिखाइए कि : $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - n^2 \vec{r} = \vec{0}$

If $\vec{r} = e^{nt} \vec{a} + e^{-nt} \vec{b}$, where \vec{a}, \vec{b} are constant vectors, show that : $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - n^2 \vec{r} = \vec{0}$

- (ix) यदि \vec{a} अदिश चर t का एक अवकलनीय सदिश फलन है, तो :
If \vec{a} is a differentiable vector function of the scalar variable t, then :

$$\frac{d}{dt} \left(\vec{a} \times \frac{d \vec{a}}{dt} \right) = \vec{a} \times \frac{d^2 \vec{a}}{dt^2}.$$

- (x) सिद्ध कीजिए कि $\operatorname{curl} \vec{r} = \vec{0}$. Prove that $\operatorname{curl} \vec{r} = \vec{0}$.

खण्ड-ब, स, द एवं इ (Sections-B, C, D & E)

प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। Each Section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive.

खण्ड-ब (Section-B)

2. एक बिन्दु $P(x', y', z')$ से OP के लम्बवत् एक समतल खींचा गया है जो अक्षों को A, B तथा C पर मिलता है। सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $\frac{r^5}{2x' y' z'}$ है, जहाँ r रेखाखण्ड OP की लम्बाई है तथा मूलविन्दु O है। From a point $P(x', y', z')$ a plane is drawn at right angles to OP to meet the coordinate axes at A, B and C . Prove that the area of the triangle ABC is $\frac{r^5}{2x' y' z'}$, where r is the measure of OP and O is the origin.
3. दिखाइए कि रेखा $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, x = 0$ से होकर जाने वाले तथा रेखा $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1, y = 0$ के समान्तर समतल का समीकरण $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - \frac{z}{c} + 1 = 0$ है तथा यदि $2d$ न्यूनतम दूरी है, तो दिखाइए कि : $d^{-2} = a^{-2} + b^{-2} + c^{-2}$. Show that the equation of the plane containing the line $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, x = 0$ and parallel to the line $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1, y = 0$ is $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - \frac{z}{c} + 1 = 0$ and if $2d$ is the shortest distance, then show that : $d^{-2} = a^{-2} + b^{-2} + c^{-2}$.

खण्ड-स (Section-C)

4. एक गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके लिए वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0, 2x + 3y + 4z = 8$ एक वृहद वृत्त है। Find the equation of a sphere for which the circle $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0, 2x + 3y + 4z = 8$ is a great circle.
5. लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी विन्द्या 2 तथा जिसकी अक्ष, रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$ है। Find the equation of the right circular cylinder of radius 2 and whose axis is the line : $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$.

खण्ड-इ (Section-D)

6. OX तथा OY से जाने वाले समतलों के बीच का कोण α है। दिखाइए कि उनके द्वारा काटी गई रेखा शंकु : Planes through OX and OY include an angle α . Show that their line of intersection lies on the cone : $z^2(x^2 + y^2 + z^2) = x^2 y^2 \tan^2 \alpha$ पर स्थित है।
7. बिन्दु $(1, -2, -1)$ पर सदिश $2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ की दिशा में $f(x, y, z) = x^2 yz + 4xz^2$ का दिशीय अवकल ज्ञात कीजिए। Find the directional derivative of $f(x, y, z) = x^2 yz + 4xz^2$ at the point $(1, -2, -1)$ in the direction of the vector $2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$.

खण्ड-इ (Section-E)

8. वक्र $C : x^2 + y^2 = 1, z = 1$ के अनुदिश $\int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मान $(0, 1, 1)$ से $(1, 0, 1)$ तक धनात्मक दिशा में ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{F}(x, y, z) = (2x + yz)\hat{i} + xz\hat{j} + (xy + 2z)\hat{k}$
- Evaluate $\int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ along the curve $C : x^2 + y^2 = 1, z = 1$ in the positive direction from $(0, 1, 1)$ to $(1, 0, 1)$,

where. $\vec{F}(x, y, z) = (2x + yz)\hat{i} + xz\hat{j} + (xy + 2z)\hat{k}$

9. यदि एक चलित रेखा की दो सन्निकट स्थितियों की दिक् कोज्याएँ l, m, n तथा $l + \delta l, m + \delta m, n + \delta n$ हैं, तो दिखाइए कि इन दोनों स्थितियों के बीच का सूक्ष्म कोण $\delta\theta$ निम्न से दिया है : If a variable line in two adjacent positions has direction cosines l, m, n and $l + \delta l, m + \delta m, n + \delta n$, then show that the small angle $\delta\theta$ between two positions is given by : $(\delta\theta)^2 = (\delta l)^2 + (\delta m)^2 + (\delta n)^2$.