



**DREAM TOPPER**

Best E-learning Platform

Download pdf..

[www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

**SACHIN DAKSH**

[dreamtopper.in](http://dreamtopper.in)

**B.A/B. Sc. I Year Examination, 2015 (Unified Syllabus)**  
**Mathematics-III (Geometry & Vector Calculus)**

Time : 3 Hrs.]

(AB-128)

[M.M. : 34/70

नोट: इस प्रश्न पत्र को दो खण्डों-अ तथा ब में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ में (लघु उत्तरीय प्रश्न) तथा खण्ड-ब में विस्तृत उत्तरीय प्रश्न हैं। सभी खण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिए।

खण्ड-अ

नोट: इस खण्ड में प्रश्न संख्या 1 के दस भाग हैं, सभी भाग अनिवार्य हैं। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

1. (i) शांकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  के बिन्दु  $(r_1, \theta_1)$  पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent at the point  $(r_1, \theta_1)$  of the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ .

- (ii) शांकव  $3x^2 - 2xy - 5y^2 + 7x - 9y = 0$  की अनन्तस्पर्शियों का समीकरण ज्ञात कीजिए।  
 Find the equation of the asymptotes of the conic  $3x^2 - 2xy - 5y^2 + 7x - 9y = 0$ .

- (iii) उन दो रेखाओं की दिक् कोज्याएँ  $l, m, n$  ज्ञात कीजिए जो निम्न सम्बन्धों द्वारा दी गई हैं :

Find the dc's  $l, m, n$  of two lines which are connected by the relations :

$$l + m + n = 0; \quad mn - 2nl - 2lm = 0.$$

- (iv) बिन्दुओं  $(1, 1, 0)$ ,  $(1, 2, 1)$ ,  $(-2, 2, -1)$  से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of plane through the points  $(1, 1, 0)$ ,  $(1, 2, 1)$ ,  $(-2, 2, -1)$ .

- (v) बिन्दुओं  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 1, -1)$ ,  $(-1, 2, 0)$  एवं  $(1, 2, 3)$  से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the sphere through the points  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 1, -1)$ ,  $(-1, 2, 0)$  and  $(1, 2, 3)$ .

- (vi) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष  $(0, 0, 0)$  है तथा जो वृत्त  $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 3z - 4 = 0$ ,  $x - y + z = 2$  से गुजरता है।

Find the equation of the cone with vertex  $(0, 0, 0)$  and passing through the circle :

$$x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 3z - 4 = 0; \quad x - y + z = 2.$$

- (vii) समतल  $lx + my + nz = p$  के शांकव  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  को स्पर्श करने की शर्त ज्ञात कीजिए।

Find the condition that the plane  $lx + my + nz = p$ , touches the coinoid  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$

- (viii) सदिश  $\vec{a}(t)$  की दिशा अचर होगी यदि और केवल यदि  $\vec{a} \times \frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{0}$  है।

The vector  $\vec{a}(t)$  has a constant direction if and only if  $\vec{a} \times \frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{0}$ .

- (ix) सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$\nabla \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

- (x) ज्ञात कीजिए  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , जहाँ  $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^3 \vec{j}$  तथा  $C$  परवलय  $y = x^2$  की समतल  $x - y$  में बिन्दु  $(0, 0)$  से  $(1, 1)$

के बीच की दूरी है। Evaluate  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , where  $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^3 \vec{j}$  and  $C$  is the arc of the parabola  $y = x^2$  in

the  $x - y$  plane from  $(0, 0)$  to  $(1, 1)$ .

खण्ड-ब

इस खण्ड में चार इकाइयाँ हैं। प्रत्येक इकाई में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है।

इकाई-1

2. परवलय को निरूपित कीजिए : Trace the parabola :  $4x^2 - 4xy + y^2 - 8x - 6y + 5 = 0$ .

3. सिद्ध कीजिए कि सरल रेखाएँ जिनकी दिक् कोज्याएँ निम्न सम्बन्धों द्वारा दी गई हैं : Prove that the straight lines whose dc's are given by the relations :  $al + bm + cn = 0$  तथा  $flm + gnl + hlm = 0$  लम्बवत् होगी यदि  $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$  तथा सामान्तर होंगी यदि  $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} \neq 0$

$$\sqrt{af} \pm \sqrt{bg} \pm \sqrt{ch} = 0 \text{ हो।}$$

इकाई-II

4. सरल रेखाओं  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$  तथा  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। न्यूनतम दूरी के समीकरण तथा जहाँ यह दी गई रेखाओं को काटती है, उन बिन्दुओं को भी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$  and  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ . Find also its equations and the points in which it meets the given lines.

5. समीकरण को मानक रूप में लिखिए : Reduce the equation to standard form :

$$2x^2 + 5y^2 + 2z^2 - 2yz + 4zx - 2xy + 14x - 16y + 14z + 26 = 0.$$

इकाई-III

6. एक बिन्दु  $P(x, y, z)$  से एक समतल  $OP$  के लम्बवत् खींचा गया है जो अक्षों को  $A, B$  तथा  $C$  पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज  $ABC$  का क्षेत्रफल  $\frac{r^3}{2xyz}$  है, जहाँ  $r, OP$  रेखाखण्ड की लम्बाई है तथा  $O$  मूलबिन्दु है।

From a point  $P(x, y, z)$  a plane is drawn at right angles to  $OP$  to meet the coordinate axes at  $A, B$  and  $C$ . Prove that the area of triangle  $ABC$  is  $\frac{r^3}{2xyz}$  where  $r$  is the measure of  $OP$  and  $O$  is the origin.

7. गॉस की डाइवर्जेंस प्रमेय को लिखिए तथा सिद्ध कीजिए। State and prove Gauss divergence theorem.

8. सिद्ध कीजिए कि समीकरण : Prove that the equation :

इकाई-IV

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$$

एक शंकु को प्रदर्शित करती है यदि : represents a cone if :

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d.$$

9. उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक रेखा  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$  के समान्तर हों तथा जो वक्र  $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$  से गुजरता हो। Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$  and passing through the curve  $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$ .