

# DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

[Www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

SACHIN DAKSH

dreamtopper.in

## B.A/B.Sc. I Year Examination, 2019 (Unified Syllabus) Mathematics-II Calculus

Time : 3 Hrs.]

(AB-127)

[M.M. : 33/65]

**Note:** इस प्रश्न पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। This paper is divided into Five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

Section-A

**Note :** इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2.5 अंक का है।

1. (i)  $x = 0$  पर फलन  $f(x) = |x|$  की सततता का परीक्षण करें।

Discuss continuity of the function  $f(x) = |x|$  at  $x = 0$ .

(ii) ज्ञात करें : Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$



Scanned with CamScanner

- (iii)  $n^{\text{th}}$  समाकलन का मान ज्ञात करें : Find the  $n^{\text{th}}$  differential coefficient of :  $x^3 \log x$
- (iv) मैकलॉरिन श्रेणी का प्रयोग कर  $\cos x$  का विस्तार,  $x$  की आरोही घातों में कीजिए।  
Using Maclaurin's series, expand  $\cos x$  in ascending powers of  $x$ .
- (v) साइक्लोइड  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  के बिन्दु 't' पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात करें।  
Find the equation of the tangent at the point 't' to the cycloid  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ .
- (vi) रेखा परिवार  $y = mx + (a/m)$  के एन्वेलप का समीकरण ज्ञात करें, जबकि  $m$  एक पैरामीटर है।  
Find the envelope of the family of straight lines  $y = mx + (a/m)$ , the parameter being  $m$ .
- (vii) सिद्ध करें : Prove that  $\left(\frac{1}{2}\right)! = \sqrt{\pi}$ .
- (viii) डबल इन्टीग्रल का प्रयोग करते हुए ज्ञात करें कि वक्र  $y^2 = 4ax$  और  $x^2 = 4ay$  के बीच के क्षेत्रफल का मान  $\frac{16}{3}a^2$  है। Prove by the method of double integration that the area lying between the curves  $y^2 = 4ax$  &  $x^2 = 4ay$  is  $\frac{16}{3}a^2$ .

- (ix) वक्र  $r = a(1 + \cos \theta)$  के लिए  $\frac{ds}{d\theta}$  का मान ज्ञात कीजिए। Find  $\frac{ds}{d\theta}$  for the curve  $r = a(1 + \cos \theta)$ .
- (x) पप्स व गुडिन प्रमेय का प्रयोग करते हुए इलिप्स  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  को इसके तल में रेखा  $x = 2a$  के परितः घुमाने पर जनित छल्ले का आयतन ज्ञात करें। Using Pappus and Guldin theorem find the volume generated by revolution of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  about the line  $x = 2a$ .

**Section-B**

**Note :** प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। Each Section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive.

2. (a) कौशी की माध्यमान प्रमेय लिखिये तथा सिद्ध कीजिए। State and prove Cauchy's mean value theorem.  
(b) टेलर प्रमेय का प्रयोग कर  $2x^3 + 7x^2 + x - 1$  का ( $x - 2$ ) की घातों में विस्तार कीजिए।  
Expand  $2x^3 + 7x^2 + x - 1$  in powers of ( $x - 2$ ) by using Taylor's theorem.
3. (a) लिबनीज प्रमेय का कथन लिखें, तथा इसका प्रयोग कर  $x^3 \log x$  का  $n^{\text{th}}$  अवकलन मान ज्ञात करें।  
State Leibnitz's theorem by using it find  $n^{\text{th}}$  differential coefficient of  $x^3 \log x$ .  
(b) मैकलॉरिन प्रमेय द्वारा  $\frac{e^x}{1+e^x}$  का  $x^3$  के पदों तक विस्तार कीजिए। Expand by Maclaurin's theorem  $\frac{e^x}{1+e^x}$  as for as the terms  $x^3$ .

**Section-C**

4. (a) यदि  $u = \frac{x+y}{1-xy}$  एवं  $v = \tan^{-1} x + \tan^{-1} y$  हो, तब  $\frac{\partial(uv)}{\partial(x,y)}$  ज्ञात करें। क्या  $u$  और  $v$  में फलनीय सम्बन्ध है? यदि ऐसा है, तो वह सम्बन्ध ज्ञात करें। If  $u = \frac{x+y}{1-xy}$  and  $v = \tan^{-1} x + \tan^{-1} y$ , find  $\frac{\partial(uv)}{\partial(x,y)}$ . Are  $u$  and  $v$  functionally related? If so find the relationship.

- (b) किसी वक्र पर  $y = \frac{ax}{a+x}$ , यदि  $\rho$  किसी बिन्दु  $(x, y)$  पर वक्रता त्रिज्या हों, तब प्रदर्शित करें- For the curve  $y = \frac{ax}{a+x}$ , if  $\rho$  is the radius of curvature at any point  $(x, y)$ , show that  $\left(\frac{2\rho}{a}\right)^{2/3} = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \left(\frac{x}{y}\right)^2$ .

5. (a)  $x^2 + y^2 + z^2$  का निमिष मान ज्ञात करें जबकि  $ax + by + cz = p$  है।  
Find the minimum value of  $x^2 + y^2 + z^2$  where  $ax + by + cz = p$ .  
(b) दिखाइये कि यदि CP एवं CD किसी दीर्घवृत के कनजुगेट अर्धव्यामों का युग्म है, a एवं b दीर्घवृत के अर्ध-अक्षों की लम्बाइयाँ हैं, तब p पर वक्रता त्रिज्या  $CD^3/ab$  है। Show that if CP, CD be a pair of Conjugate semi diameter of an ellipse, a and b being the lengths of semi axes, then radius of curvature at p is  $CD^3/ab$ .

- Section-D**
6. (a) वक्र  $y^2 = (x - 2)^2(x - 1)$  पर मल्टीपल बिन्दुओं की स्थिति एवं प्रकृति ज्ञात कीजिए।  
Determine the position and nature of the multiple points on the curve  $y^2 = (x - 2)^2(x - 1)$ .
- (b) वृत्तों के परिवार  $(x - \alpha)^2 + y^2 = 4\alpha$  का एन्वेलप ज्ञात कीजिए, जहाँ  $\alpha$  एक पैरामीटर है।  
Find the envelope of the family of circles  $(x - \alpha)^2 + y^2 = 4\alpha$ , where  $\alpha$  is parameter.
7. (a) सिंधु करें : Prove that :  $B(m, n) = B(m + 1, n) + B(m, n + 1)$   $m > 0, n > 0$ .  
(b) समाकलन  $\int \int x^2 y^2 dx dy$  का मान क्षेत्र  $x^2 + y^2 \leq 1$  पर ज्ञात करें।  
Evaluate  $\int \int x^2 y^2 dx dy$  over the region  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
- Section-E**
8. (a) तल  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  अक्षों को A, B तथा C बिन्दुओं पर मिलता है। डीरिछलेट प्रमेय का प्रयोग करते हुए चतुष्फलक OABC का आयतन ज्ञात करें। इसका द्रव्यमान भी ज्ञात करें यदि किसी बिन्दु पर इसका घनत्व  $K(xyz)$  है।  
The Plane  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  meets the axes in A, B and C. Apply Dirichlet's integral to find the volume of the tetrahedron OABC. Also find its mass if the density at any points is  $K(xyz)$ .
- (b) परवलय  $y^2 = 4ax$  के चाप, जिसको रेखा  $y = 3x$  द्वारा काटा गया है, की लम्बाई ज्ञात करें।  
Find the length of arc of parabola  $y^2 = 4ax$  cut-off by the line  $y = 3x$ .
9. (a) कैटेनरी  $y = \cosh(x/c)$  को x-अक्ष में परितः घुमाने पर ठोस का वक्रपृष्ठ ज्ञात कीजिए। Find the surface generated by the revolution of an arc of the catenary  $y = \cosh(x/c)$  about the axis of x.  
(b) सिसोयड  $y^2(2a - x) = x^3$  को उनकी अनन्त स्पर्शी के परितः घुमाने पर जनित ठोस का आयतन ज्ञात करें। Find the volume of the solid generated by the revolution of the Cissoid  $y^2(2a - x) = x^3$  about the asymptote.