dreamtopper.in

B.A/B.Sc. I Examination, 2017 (*Unified Syllabus*)

Mathematics-II Calculus

Time : 3 Hrs.] (AB-127) [M.M. : 33/65

Note : इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों -अ, ब, स, द तथा इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।This paper is divided into five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

खण्ड-अ (Section-A)

इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2½ अंक का है। This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries 1.3/2½ marks.

1.(i) $\lim_{x \to a}\left(\frac{x^n - a^n}{x - a}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। Evaluate $\lim_{x \to a}\left(\frac{x^n - a^n}{x - a}\right)$.

(ii) फलन $f(x) = |x|$ की अवकलनता की चर्चा $x = 0$ पर कीजिए, जहाँ $|x|$, x का परम मान है।
Discuss differentiability of the function $f(x) = |x|$ at $x = 0$, where $|x|$ is the absolute value of x.

(iii) मैक्लॉरिन प्रमेय द्वारा $\cos x$ का विस्तार कीजिए। Expand cos x by Maclaurin's theorem.

(iv) यदि If $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, दर्शाइए कि : Show that :

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)} = r.$$

(v) परवलय $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$ की ध्रुवीय उपस्पर्शी ज्ञात कीजिए। Find polar subtangent of the parabola $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$.

(vi) वक्र $y^2(x^2 - a^2) = x$ के लिए अक्षों के समान्तर अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए।
Find asymptote parallel to axes for the curve $y^2(x^2 - a^2) = x$.

(vii) $\int_0^\infty e^{-x} x^4\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। Evaluate $\int_0^\infty e^{-x} x^4\, dx$.

(viii) परिक्रमण ठोस के आयतन के लिए पप्पस व गलडिन प्रमेय का कथन बताइए।
State theorem of Pappus and Guldin for the volume of a solid of revolution.

(ix) Evaluate : $\int_1^2 \int_0^{y/2} y\, dy\, dx$. का मान ज्ञात कीजिए।

(x) दो फलनों के गुणन के nवें अवकलन गुणांक के लिए लाइब्नित्ज प्रमेय का कथन बताइए।
State Leibnitz's theorem for nth differential coefficient of the product of two functions.

खण्ड-ब, स, द एवं इ (Sections-B, C, D & E)

प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। Each Section contains two questions. Attempt one question from each Section.Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive.

खण्ड-ब (Section-B)

2.(a) Find $\lim_{x \to 0} \frac{\log\log(1 - x^2)}{\log\log\cos x}$ ज्ञात कीजिए।

(b) फलन $2x^3 + x^2 - 4x - 2$ के लिए रोल प्रमेय को सत्यापित कीजिए।
Verify Rolle's theorem for the function $2x^3 + x^2 - 4x - 2$.

3.(a) सिद्ध कीजिए कि $p + \frac{d^2 p}{d\theta^2} = \frac{a^2 b^2}{p^3}$, यदि $p^2 = a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta$ है।

Scanned with CamScanner
dreamtopper.in

If $p^2 = a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta$, prove that $p + \frac{d^2p}{d\theta^2} = \frac{a^2 b^2}{p^3}$.

(b) यदि $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, तब दिखाइए कि : $\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial x}{\partial r}, \frac{\partial x}{r\partial\theta} = r\frac{\partial\theta}{\partial x}$.

If $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, show that : $\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial x}{\partial r}, \frac{\partial x}{r\partial\theta} = r\frac{\partial\theta}{\partial x}$.

खण्ड-स (Section-C)

4.(a) सिद्ध कीजिए कि वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ का किसी बिन्दु (r, θ) पर अभिलम्ब, आरम्भिक रेखा से $(n+1)\theta$ कोण बनाता है।
Prove that the normal at any point (r, θ) to the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ makes an angle $(n+1)\theta$ with the initial line.

(b) वृतों के परिवार : $x^2 + y^2 - 2ax\cos\alpha - 2ay\sin\alpha = c^2$ जहाँ α प्राचल है, का एनवेलप ज्ञात कीजिए।
Find envelope of the family of circles : $x^2 + y^2 - 2ax\cos\alpha - 2ay\sin\alpha = c^2$, where α being parameter.

5.(a) बिन्दु $x = \frac{\pi}{2}$ पर वक्र $y = 4\sin x - \sin 2x$ की वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find radius of curvature of the curve $y = 4\sin x - \sin 2x$ at $x = \frac{\pi}{2}$.

(b) सिद्ध कीजिए कि दी गई क्षमता के एक शंक्वाकार तम्बू में कम से कम मात्रा में कैन्वस लगेगी जबकि इसकी ऊँचाई, आधार की त्रिज्या की $\sqrt{2}$ गुनी होगी। Prove that a conical tent of a given capacity will require the least amount of canvas when the height is $\sqrt{2}$ times the radius of the base.

खण्ड-द (Section-D)

6.(a) बीटा एवं गामा फलनों के मध्य के सम्बन्ध : Prove the relation :
$B(m,n) = \frac{m!n!}{(m+n)!}, m>0, n>0$ को सिद्ध कीजिए। between Beta and Gamma functions.

(b) रिडक्शन सूत्र का प्रयोग कर $\int_0^{\pi/2} x^5 \sin x\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। Evaluate $\int_0^{\pi/2} x^5 \sin x\, dx$ using Reduction formula.

7.(a) वक्र $y^2(2a - x) = x^3$ का चित्रण कीजिए। Trace the curve $y^2(2a - x) = x^3$.

(b) $\int_0^3 \int_1^{\sqrt{4-y}} (x+y)\, dy\, dx$ में समाकलन का क्रम बदलिए। Change the order of integration in $\int_0^3 \int_1^{\sqrt{4-y}} (x+y)\, dy\, dx$.

खण्ड-इ (Section-E)

8.(a) दिखाइए कि वक्र $r = a + b\cos\theta\ (a > b)$ को आरम्भिक रेखा के परितः घुमाने पर बने ठोस का आयतन $\frac{4}{3}\pi a(a^2 + b^2)$ है। Show that volume of the solid formed by revolution of the curve $r = a + b\cos\theta\ (a > b)$ about the initial line is $\frac{4}{3}\pi a(a^2 + b^2)$.

(b) मान ज्ञात कीजिए। Evaluate :
$\int_{x=0}^{1} \int_{y=0}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{z=0}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} xyz\, dx\, dy\, dz$.

9.(a) कार्डियॉइड $r = a(1 + \cos\theta)$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। Find the area of the cardioid $r = a(1 + \cos\theta)$.

(b) $\iiint e^{x+y+z}\, dxdydz$ का मान प्रथम धनात्मक अष्टांश में इस प्रकार लेकर कि $x + y + z \le 1$ हो, ज्ञात कीजिए।
Evaluate $\iiint e^{x+y+z}\, dxdydz$ taken over the positive octant such that $x + y + z \le 1$.

dreamtopper.in