



DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

www.dreamtopper.in

SACHIN DAKSH

dreamtopper.in

B.A/B.Sc. I Examination, 2016 (Unified Syllabus)

Mathematics-II Calculus

Time : 3 Hrs.]

(AB-127)

[M.M. : 33/65

Note : इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों -अ, ब, स, द तथा इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। This paper is divided into five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

खण्ड-अ (Section-A)

इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2½ अंक का है। This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each parts carries 1.3/2½ marks.

1.(i) ज्ञात कीजिए : Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

(ii) निम्न फलन की सतत्ता व असतत्ता की चर्चा कीजिए : Discuss the continuity and discontinuity of the function :

$$f(x) = \sin(1/x) \text{ when (जब) } x \neq 0 \\ = 1 \text{ when (जब) } x = 0.$$

(iii) दर्शाइए कि फलन $f(x) = |x - 1|$, $x = 1$ पर अवकलनीय नहीं है।

Show that the function $f(x) = |x - 1|$ is not differentiable at $x = 1$.

(iv) यदि $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, दर्शाइए कि : Show that

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)} = r.$$

(v) दर्शाइए कि : Show that : $B(m, n) = B(n, m)$.

(vi) वक्र $y^2 = 4x$ के अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve $y^2 = 4x$.

(vii) $x^2 \cdot e^{-x}$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the n th differential coefficient of $x^2 \cdot e^{-x}$.

(viii) यदि $u = f(y/x)$, दर्शाइए कि show that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

(ix) ज्ञात कीजिए : Evaluate : $\int_0^2 \int_1^2 xy(1+x+y) dx dy$.

(x) वक्र $\frac{x^m}{a^m} + \frac{y^m}{b^m} = 1$ के किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्शरेखा तथा अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the tangent and normal at any point (x, y) of the curve : $\frac{x^m}{a^m} + \frac{y^m}{b^m} = 1$.

खण्ड-ब, स, द एवं इ (Section-B, C, D & E)

प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। Each Section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive.

खण्ड-ब (Section-B)

2.(a) निम्नलिखित फलन की $x = 0$ तथा $x = 1$ पर सतत्ता का निरीक्षण कीजिए :

Examine the following function for continuity at $x = 0$ and $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \text{ for / जबकि } x \leq 0 \\ 1 & , \text{ for / जबकि } 0 < x \leq 1 \\ 1/x & , \text{ for / जबकि } x > 1 \end{cases}$$

(b) $\tan^{-1}(x/a)$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। Find the n th differential coefficient of $\tan^{-1}(x/a)$.

अथवा

3.(a) कौशी की मध्यमान प्रमेय को लिखिए तथा सिद्ध कीजिए। State and prove Cauchy's mean value theorem.

(b) $2x^3 + 7x^2 + x - 1$ को $(x-2)$ की घातों में विस्तारित कीजिए। Expand $2x^3 + 7x^2 + x - 1$ in power of $(x-2)$.

खण्ड-स (Section-C)

4.(a) यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ दर्शाए कि: Show that :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}$$

(b) दर्शाए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ की पीडल समीकरण $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{r^2}{a^2b^2}$ है।

Show that the pedal equation of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, is $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{r^2}{a^2b^2}$.

अथवा

5.(a) यदि CP व CD किसी दीर्घवृत्त के संयुग्मी अर्धव्यास हैं, तो सिद्ध कीजिए कि P पर वक्रता त्रिज्या CD^3/ab होगी, जहाँ a व b दीर्घवृत्त के अर्द्ध-अक्षों की लम्बाइयाँ हैं। If CP, CD be a pair of conjugate semidiameters of an ellipse, prove that the radius of curvature at P is CD^3/ab , a and b being the lengths of the semiaxes of the ellipse.

(b) सरल रेखाओं के परिवार $x \cos \alpha + y \sin \alpha = a$ का एन्वेलप ज्ञात कीजिए, जहाँ α एक पैरामीटर है। अपने उत्तर को ज्यामिती से भी समझाइए। Find the envelope of the family of straight lines $x \cos \alpha + y \sin \alpha = a$, the parameter being α , and interpret the result geometrically.

खण्ड-द (Section-D)

6.(a) वक्र $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ का चित्रण कीजिए। Trace the curve $y^2(a+x) = x^2(a-x)$.

(b) $\iint x^2 y^2 dx dy$ का क्षेत्र $x^2 + y^2 \leq 1$ पर मान ज्ञात कीजिए। Evaluate $\iint x^2 y^2 dx dy$ over the region $x^2 + y^2 \leq 1$.

अथवा

7.(a) सिद्ध कीजिए कि: Prove that:

$$B(m, n) = \frac{|(m)| |(n)|}{|(m+n)|}, \text{ जहाँ (where) } m > 0, n > 0.$$

(b) वक्र $a^2 y^2 = x^3(2a-x)$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। Find the whole area of the curve $a^2 y^2 = x^3(2a-x)$.

खण्ड-इ (Section-E)

8.(a) सिद्ध कीजिए कि वक्र $3ay^2 = x(x-a)^2$ के एक लूप की लम्बाई $\frac{4a}{\sqrt{3}}$ है।

Prove that the length of the loop of the curve $3ay^2 = x(x-a)^2$ is $\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

(b) सिसॉइड $y^2(2a-x) = x^3$ के उसके अनंतस्पर्शी के परितः घुमाने से निर्मित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। Find the volume of the solid generated by the revolution of the cissoid $y^2(2a-x) = x^3$ about its asymptote.

अथवा

9.(a) कैटेनरी $y = \cosh(x/c)$ को x -अक्ष के परितः घुमाने से जनित वक्रपृष्ठ को ज्ञात कीजिए। Find the surface generated by the revolution of an arc of the catenary $y = \cosh(x/c)$ about the axis of x .

(b) वक्र $2ay^2 = (x-a)^2$ का लूप, सरल रेखा $y = a$ के परितः घूर्णन करता है। इस प्रकार जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। The loop of the curve $2ay^2 = (x-a)^2$ revolves about the straight line $y = a$. Find the volume of the solid generated.