

DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

[Www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

SACHIN DAKSH

dreamtopper.in

B.Sc. I Year Examination, 2014 (Unified Syllabus)
Mathematics-II
Calculus

Time: Three Hours

(AB-127)

MM: 33/65

Note: This paper is divided into five Sections—A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Section-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive. इस प्रश्न-पत्र को आँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्ड-ब, स, द एवं इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-A

Note: This Section contains one question of ten parts. Each part carries 1.3/2½ marks.

इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भाग हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2½ अंक का है।

1. (a) Discuss continuity of the function $f(x)=|x|$ at $x=0$. फलन $f(x)=|x|$ का $x=0$ पर सततता परीक्षण कीजिए।
- (b) If $x \neq 0$ and $f(0)=0$. Then find left hand derivative of: यदि $x \neq 0$ तथा $f(0)=0$, तो फलन का बाये हाथ का अवकलन ज्ञात कीजिए।

$$f(x)=x \left[\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{1/x}} \right].$$

- (c) If $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$, then find $\frac{\partial\theta}{\partial x}$. यदि $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$, तब $\frac{\partial\theta}{\partial x}$ ज्ञात कीजिए।

- (d) Find: ज्ञात कीजिए: $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sec x)^{\cot x}$

- (e) Find the angle made by normal to curve $r^n=a^n \cos n\theta$ at the point $(r, 0)$ with initial line.
वक्र $r^n=a^n \cos n\theta$ के बिन्दु $(r, 0)$ पर बना अभिलम्ब, प्रारम्भिक रेखा के साथ जो कोण बनाता है, वह ज्ञात कीजिए।

- (f) Express the integral $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^5)}} dx$ in terms of Beta function. बीटा फलन के पदों में समाकलन $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^5)}} dx$ को अभिव्यक्त कीजिए।

- (g) If $x=u^2-v^2, y=u+v$, then find Jacobian of (x, y) . यदि $x=u^2-v^2, y=u+v$, तब जैकोबियन (x, y) ज्ञात कीजिए।
- (h) Find asymptotes parallel to axes for the curve $y^2(x^2-a^2)=x$.
वक्र $y^2(x^2-a^2)=x$ के लिए अक्षों के समान्तर अनन्त स्पर्शियों को ज्ञात कीजिए।

- (i) Using Pappus and Guldin theorem find surface area of the ring generated by revolution of a circle of radius a about an axis in its own plane distant b from its centre. ($b>a$). पप्पस व गल्डीन प्रमेय का प्रयोग कर a क्रिया के वृत्त को इसके केन्द्र से इसके तल में b दूरी पर अक्ष के परितः घुमाने पर जनित झल्ले का पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- (j) Find radius of curvature at (x, y) on the curve $y=\log \sin x$.
वक्र $y=\log \sin x$ पर बिन्दु (x, y) पर वक्रता क्रिया ज्ञात कीजिए।

Section-B, C, D, E

Note: Each section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-B

2. (a) Find the n th derivative of $\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$. $\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$ का n वाँ अवकलन ज्ञात कीजिए।

(b) State and prove Rolle's theorem. रौले प्रमेय का कथन बताइए तथा इसे सिद्ध कीजिए।

3. (a) If $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$, prove that. यदि $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$, तब सिद्ध कीजिए कि:

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0.$$

(b) Expand by Maclaurin's theorem $\frac{e^x}{1+e^x}$ as far as the terms x^3 .

मैक्लारिन प्रमेय द्वारा $\frac{e^x}{1+e^x}$ का x^3 के पदों तक विस्तार कीजिए।

Section-C

4. (a) Verify Euler's theorem for the function $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right)$. फलन $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right)$ के लिए यूलर का प्रमेय सत्यापित कीजिए।

(b) If $u = \frac{x+y}{1-xy}$ and $v = \tan^{-1}x + \tan^{-1}y$, find $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$. Are u and v functionally related? If so, find the relationship.

यदि $u = \frac{x+y}{1-xy}$ एवं $v = \tan^{-1}x + \tan^{-1}y$, तब $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$ ज्ञात कीजिए। क्या u एवं v में फलनीय सम्बन्ध है? यदि ऐसा है, तो वह सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

5. (a) Find the maximum and minimum values of $\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}$, when $lx+my+nz=0$ and $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

$\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}$, के उच्चार एवं निम्नांक मानों को ज्ञात कीजिए, जबकि $lx+my+nz=0$ तथा $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ है।

(b) Find radius of curvature at $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ on the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.
वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ पर $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Section-D

6. (a) Find the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$. परवलय $y^2 = 4ax$ का इवोल्यूट ज्ञात कीजिए।

(b) Determine the position and nature of the multiple points on the curve $y^2 = (x-2)^2(x-1)$.
वक्र $y^2 = (x-2)^2(x-1)$ पर मल्टीपल बिन्दुओं की स्थिति एवं प्रकृति ज्ञात कीजिए।

7. (a) Trace the curve $r^2 = a^2 \cos 2\theta$. वक्र $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ का रेखांकन कीजिए।

(b) Prove that Beta and Gamma functions are related as $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

सिद्ध कीजिए कि बीटा एवं गामा फलन, सम्बन्ध $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$ से सम्बन्धित है।

Section-E

8. (a) Using Reduction formula, evaluate $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} dx$. रिडक्शन सूत्र का प्रयोग कर $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(b) The part of the parabola $y^2 = 4ax$ cut-off by latus rectum revolves about the tangent at the vertex. Find volume of the reel thus generated. परवलय $y^2 = 4ax$ वह भाग जो नाभिलम्ब जीवा द्वारा काटा गया है, शीर्ष पर स्पर्शी के परितः घूमता है। इस प्रकार जनित रील का आयतन ज्ञात कीजिए।

9. (a) The plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ meets the axes in A , B and C . Apply Dirichlet's integral to find the volume of tetrahedron $OABC$. Also find its mass if the density at any point is $k(xyz)$. तल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ अक्षों को A , B व C पर मिलता है। द्वीचलेट प्रमेय का प्रयोगकर चतुष्फलक $OABC$ का आयतन ज्ञात कीजिए। इसका द्रव्यमान भी ज्ञात कीजिए यदि किसी बिन्दु पर इसका $k(xyz)$ घनत्व है।
- (b) Prove that the arc of upper half of the curve $r=a(1-\cos\theta)$ is bisected by $\theta=\frac{2\pi}{3}$.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $r=a(1-\cos\theta)$ के ऊपरी आधे चाप को $\theta=\frac{2\pi}{3}$ समद्विभाजित करता है।