

# DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

[Www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

SACHIN DAKSH

dreamtopper.in

**B.A/B.Sc. I Examination, 2016 (Unified Syllabus)**  
**Mathematics-I Algebra and Trigonometry**

Time : 3 Hrs.]

(AB-126)

[M.M. : 33/65]

Note : इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों -A, B, C, D, E तथा इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-B, C, D, E (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। This paper is divided into five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

**खण्ड-अ (Section-A)**

इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग  $1.3/2\frac{1}{2}$  अंक का है। This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries  $1.3/2\frac{1}{2}$  marks.

1.(i) कैले प्रमेय का कथन लिखिए। State Cayley's theorem.

(ii) दर्शाइए कि अनुक्रम  $\left(\frac{1}{n}\right)$  की सीमा शून्य है। Show that the sequence  $\left(\frac{1}{n}\right)$  has the limit 0.

(iii) डी'एलम्बर्ट के रेशो परीक्षण का कथन कीजिए। State D' Alembert's Ratio test.

(iv) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के किन्हीं दो तत्वों a व x के लिए, तत्व a तथा  $x^{-1}ax$  के क्रम बराबर हैं। Prove that the orders of the elements a and  $x^{-1}ax$  are the same where a, x are any two elements of a group.

(v) श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए: Test for the convergence the series :

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{2}{1+2\sqrt{3}} + \frac{3}{1+3\sqrt{4}} + \dots$$

(vi) दर्शाइए कि : Show that :

$$\sinh(x+y)\cosh(x-y) = \frac{1}{2}(\sinh 2x + \sinh 2y).$$

(vii) सिद्ध कीजिए कि यदि समूह G के प्रत्येक तत्व a के लिए  $a^2 = e$ , तब G एक अबेलियन समूह है। Prove that if for every a in a group G,  $a^2 = e$ , then G is an abelian group.

(viii) दर्शाइए कि अनुक्रम  $\langle S_n \rangle$ , जहाँ  $S_n = \frac{3n}{n+5n^{1/2}}$  की सीमा 3 है।

Show that the sequence  $\langle S_n \rangle$ , where  $S_n = \frac{3n}{n+5n^{1/2}}$  has the limit 3.

(ix) सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$\log(1+i) = \frac{1}{2} \log 2 + i \left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right).$$

(x) सिद्ध कीजिए कि किसी वलय के लिए  $a, b, c \in R$  तब : If R is a ring, then prove that for all  $a, b, c \in R$  :

$$(i) a0 = 0a = 0. \quad (ii) a(b - c) = ab - ac.$$

**खण्ड-ब, स, द एवं इ (Section-B, C, D & E)**

प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। Each Section contains two question. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive.

**खण्ड-ब (Section-B)**

2.(a) लेग्रांज प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए। State and prove Lagrange's theorem.

(b) दर्शाइए कि निम्न श्रेणी प्रतिबन्धी अभिसारी है : Show that the following series is conditionally convergent :

$$\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \infty$$

3.(a) निम्न श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए: Test for convergence the following series :

$$\frac{1^2}{2^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} x + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} x^2 + \dots$$

- (b) कौशी के मूल परीक्षण को कथन सहित सिद्ध कीजिए। State and prove Cauchy's root test.

#### खण्ड-स (Section-C)

- 4.(a) दर्शाइए कि समूह  $G = \{1, \omega, \omega^2\}$ , जहाँ  $\omega$  इकाइयाँ का एक काल्पनिक तृतीय मूल है, एक गुणात्मक समूह है। Show that the set  $G = \{1, \omega, \omega^2\}$ , where  $\omega$  is an imaginary cube root of unity is a group with respect to multiplication.
- (b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के किन्हीं दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ भी एक प्रसामान्य उपसमूह होता है। The intersection of any two normal subgroups of a group is a normal subgroup, prove it.
- 5.(a) सिद्ध कीजिए कि यदि  $f$  समूह  $G$  का समूह  $G'$  में कर्नल  $K$  के साथ एक होमोमॉर्फिज्म है, तब कर्नल  $K$  एक प्रसामान्य उपसमूह होगा। If  $f$  is a homomorphism of a group  $G$  into a group  $G'$  with kernel  $K$ , then  $K$  is a normal subgroup of  $G$ , prove it.
- (b) दर्शाइए कि सभी पूर्णांकों का समुच्चय। द्विर संक्रिया \*, जो  $a * b = a + b + 1 \forall a, b \in I$  के द्वारा परिभाषित है, के सापेक्ष एक समूह है। Show that the set  $I$  of all integers is group with respect to binary operation \* defined by  $a * b = a + b + 1 \forall a, b \in I$ .

#### खण्ड-द (Section-D)

- 6.(a) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित पूर्णांकीय डोमेन एक क्षेत्र होता है। Prove that every finite integral domain is a field.
- (b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह  $G$  का प्रत्येक समकारिता प्रतिबिम्ब, समूह  $G$  के किसी कौशेंट समूह के आइसोमॉर्फिक होता है। Prove that every homomorphic image of a group  $G$  is isomorphic to same quotient group of  $G$ .
- 7.(a) सिद्ध कीजिए कि एक वलय के दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ भी एक उपवलय होता है। The intersection of any two subrings of a ring is a subring, prove it.
- (b) सिद्ध कीजिए कि सभी आव्यूहों  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ , जहाँ  $a$  और  $b$  पूर्णांक हैं, के समूह का उपसमूह  $S$  एक  $2 \times 2$  के सभी आव्यूहों के वलय का उपवलय होता है। यह भी सिद्ध कीजिए कि  $S$  न ही एक दायीं गुणजावली है और न ही एक बायीं गुणजावली है। Prove that the subset  $S$  of all matrices of the form  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$  with  $a$  and  $b$  integers, form a subring of the ring of all  $2 \times 2$  matrices having elements as integers. Prove also that  $S$  is neither a right ideal nor a left ideal in  $R$ .

#### खण्ड-इ (Section-E)

- 8.(a) यदि  $\cosh \alpha = \sec \theta$ , सिद्ध कीजिए कि : If  $\cosh \alpha = \sec \theta$ , then
- $$\tanh^2 \frac{\alpha}{2} = \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

- (b)  $\sin^2(x + iy)$  को वास्तविक एवं काल्पनिक भागों में विश्लेषित कीजिए। Resolve  $\sin^2(x + iy)$  into real and imaginary parts.

1. (a) श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए : Sum the series :
- $$1 + e^{\cos \alpha} \cos(\sinh) + \frac{1}{\alpha!} e^{2 \cos \alpha} \cos(2 \sinh) + \dots + \text{ad inf.}$$

- (b) दर्शाइए कि : Show that :
- $$\frac{\pi}{8} = \frac{1}{13} + \frac{1}{57} + \frac{1}{911} + \dots + \text{ad inf.}$$

2.(a)