
DREAM TOPPER
Best E-learning Platform
Download pdf..
Www.dreamtopper.in
SACHIN DAKSH

B.A/B. Sc. I Year Examination, 2015 (*Unified Syllabus*)

Mathematics-I Algebra and Trigonometry

Time : 3 Hrs.] (AB-126) [M.M. : 33/65

नोटः इस प्रश्न पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

खण्ड-अ

नोटः इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2.5 अंक का है।

1. (a) दर्शाइए कि श्रेणी : Show that the series :

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}+\ldots\ldots\ldots\ldots$$

पूर्णरूप से अभिसारित है। is absolutely convergent.

(b) अभिसारित अनुक्रम को परिभाषित कीजिए। Define convergent sequence.

(c) क्रमसंचय का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए : Find the inverse of permutations :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 4 & 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

(d) सिद्ध कीजिए कि एक समूह के तत्व a का क्रम वही होगा जैसा कि इसके व्युत्क्रम a^{-1} का है।
Prove that the order of an element a of a group is the same as that of its inverse a^{-1}.

(e) किसी समूह में उपसमूह के सहसमुच्चयों को परिभाषित कीजिए। Define cosets of a subgroup in a group.

(f) किसी सीमित समूह G के प्रसामान्य उपसमूह H के लिए सिद्ध कीजिए कि :
For any normal subgroup H of a finite group G, prove that :

$$o(G/H)=\frac{o(G)}{o(H)}.$$

(g) पूर्णांकीय डोमेन को परिभाषित कीजिए। Define integral domain.

(h) sinh z को वास्तविक एवं काल्पनिक खण्डों में विश्लेषित कीजिए।
To separate sinh z into real and imaginary parts .

(i) सिद्ध कीजिए कि समूह में सर्वसमता अवयव अद्वितीय होता है।
The identify element in a group is unique.

(j) सिद्ध कीजिए कि : Prove that : $i^i=e^{-(4n+1)\pi/2}$.

खण्ड-ब,स, द, इ

नोटः प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है।

खण्ड-ब

2. (a) कैले-हैमिल्टन प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए। State and prove Cayley-Hamilton theorem.

(b) सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$Lim\left[\left(\frac{2}{1}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3\ldots\ldots\ldots\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right]^{1/n}=e,$$

उपयोग में आने वाली प्रमेय के कथन सहित। with the statement of the theorem using in it.

3. निम्नलिखित श्रेणियों की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए : Test convergence of the following series :

(a) $1+\frac{3}{7}x+\frac{3}{7}.\frac{6}{10}x^2+\frac{3.6.9}{7.10.13}x^3+\frac{3.6.9.12}{7.10.13.16}x^4+\ldots\ldots\ldots\ldots\infty$

(b) $\sum\frac{n!x^n}{3.5.7\ldots\ldots\ldots(2n+1)}$.

खण्ड-स

4. (a) n चिह्नों पर, $n!$ क्रमसंचयों में से $\frac{1}{2}n!$ सम क्रमसंचय एवं $\frac{1}{2}n!$ विषम क्रमसंचय हैं।

Of the n! permutations on n symbols, $\frac{1}{2}n!$ are even permutations and $\frac{1}{2}n!$ are odd permutations.

(b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के अनिश्चित उपसमूहों का सर्वनिष्ठ भी एक उपसमूह होता है। Arbitrary intersection of subgroup i.e. the intersection of any family of subgroups of a group is a group.

5. (a) समूह के लिए होमोमॉरफिज्म की मूल प्रमेय का कथन सहित सिद्ध कीजिए। State and prove fundamental theorem on homomorphism of groups.

(b) यदि a एवं x किसी समूह G के दो अवयव हैं, तो सिद्ध कीजिए कि : If a and x are any two elements of a group G, then prove that : $o(x^{-1}ax) = o(a)$.

खण्ड-द

6. (a) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णांकीय डोमेन होता है। Prove that every field is an integral domain.

(b) दर्शाइए कि (F,+,.) एक क्षेत्र है, यदि : Show that (F,+,.) is a field if : $F = \{a + b\sqrt{2};\ a, b \in Q\}$

7. (a) किसी समूह G' में कर्नल K के साथ, समूह G के होमोमॉरफिज्म के लिए, आइसोमॉरफिज्म होने की आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त है कि $K = \{e\}$ । The necessary and sufficient condition for a homomorphism f of group G into a group G' with kernel K to be an isomorphism of G into G' is that $K = \{e\}$.

(b) दर्शाइए कि एक के चार चतुर्थ मूल $1, -1, i, -i$ गुणक के सापेक्ष एक समूह बनाता है। Show that the four fourth roots of unity namely $1, -1, i, -i$ form an abelian group with respect to multiplication.

खण्ड - इ

8. (a) यदि $\cosh u = \sec\theta$, तब दर्शाइए कि : If $\cosh u = \sec\theta$, then show that :

(i) $u = \log\tan(\pi/4 + \theta/2)$, (ii) $\tanh^2(u/2) = \tan^2\theta/2$.

(b) यदि $i^{\alpha + i\beta} = e^x(\cos x + i\sin y)$, तब सिद्ध कीजिए कि : If $i^{\alpha+i\beta} = e^x(\cos x + i\sin y)$, then prove that : $x = -\frac{1}{2}(4n+1)\pi\beta$ and $y = \frac{1}{2}(4n+1)\pi a$.

9. (a) सिद्ध कीजिए कि :Prove that : $\sin^{-1}(\operatorname{cosec}\theta) = \left\{2n + (-1)^n\right\}\frac{1}{2}\pi + i(-1)^n \log\cot\frac{\theta}{2}$.

(b) श्रेणी का योग कीजिए : Sum the series :

(i) $\cos\alpha - \dfrac{\cos(\alpha + 2\beta)}{3!} + \dfrac{\cos(\alpha + 4\beta)}{5!} + \dots\dots\dots +$ ad inf.

(ii) $\sin\alpha - \dfrac{\sin(\alpha + 2\beta)}{3!} + \dfrac{\sin(\alpha + 4\beta)}{5!} + \dots\dots\dots +$ ad inf .