
DREAM TOPPER
Best E-learning Platform
Download pdf..
Www.dreamtopper.in
SACHIN DAKSH

B.Sc. I Year Examination, 2014 *(Unified Syllabus)*

Mathematics-I

Algebra and Trigonometry

(AB-126)

Time: Three Hours **M M: 33/65**

Note: This paper is divided into five Sections–A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these **ten** parts are compulsory. Section-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive. इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्ड-ब, स, द एवं इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-A

Note: This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries **1.3/2½** marks. इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2½ अंक का है।

1. (a) Show that the sequence $<S_n>$, where $S_n=\dfrac{2n^2+1}{2n^2-1}, \forall n \in N$ converges to 1.

दर्शाइए कि अनुक्रम $<S_n>$ जहाँ $S_n=\dfrac{2n^2+1}{2n^2-1}, \forall n \in N$, 1 पर अभिसारित होती है।

(b) Define Raabe's Test for infinite series. अनन्त श्रेणी के लिए रेबीज परीक्षण को परिभाषित कीजिए।

(c) Prove that the identity element of a group is unique.
सिद्ध कीजिए कि समूह में सर्वसमता अव्यव अद्वितीय होता है।

(d) Find the inverse of the following permutation: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

निम्नलिखित क्रमचय का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

(e) Define order of an element of a group. Find the order of each element in the multiplicative group $G=\{1, \omega, \omega^2\}$, where $\omega^3=1$. समूह के प्रत्येक अवयव का क्रम परिभाषित कीजिए। गुणात्मक समूह $G=\{1, \omega, \omega^2\}$ के प्रत्येक अवयेव का क्रम ज्ञात कीजिए जहाँ $\omega^3=1$.

(f) Define cosets of a group with examples. समूह के लिए cosets उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

(g) State Fundamental Theorem of Homomorphism of groups.
समूह के लिए होमोमोरफिसम की मूल प्रमेय की कथनस्थिति दीजिए।

(h) If a, b, c, d are elements of a ring R, then evaluate (a + b) (c + d).
यदि a, b, c, d वलय R के अवयव है तो (a + b) (c + d) का मान ज्ञात कीजिए।

(i) Resolve $e^{\sin(x+iy)}$ into real and imaginary parts.
$e^{\sin(x+iy)}$ को वास्तविक एवं काल्पनिक भागों में विघटित कीजिए।

(j) Prove that : सिद्ध कीजिए :

$$\log\left(\frac{a+ib}{a-ib}\right)=2i\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Section-B, C, D, E

Note: Each section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-B

2. (a) If a sequence $<S_n>$ converges to l, then prove that the sequence $|S_n|$ converges to $|l|$.
यदि एक अनुक्रम $<s_n>$, l पर अभिसारित होता है तो अनुक्रम $|S_n|$, $|l|$ पर अभिसारित होता है सिद्ध कीजिए।
(b) Test the convergence of the following series whose n^{th} term is: $(n^3+1)^{1/3}-n$.
निम्नलिखित श्रेणी के अभिसारण का परीक्षण कीजिए जिसका nवाँ पद है: $(n^3+1)^{1/3}-n$.

3. (a) Test the convergence for the series: $1+\frac{2x}{\lfloor 2}+\frac{3^2x^2}{\lfloor 3}+\frac{4^3x^3}{\lfloor 4}+\frac{5^4x^4}{\lfloor 5}+......$

श्रेणी के लिए अभिसारण का परीक्षण कीजिए: $1+\frac{2x}{\lfloor 2}+\frac{3^2x^2}{\lfloor 3}+\frac{4^3x^3}{\lfloor 4}+\frac{5^4x^4}{\lfloor 5}+......$

(b) Show that the series $\Sigma(-1)^n\left[\sqrt{(n^2+1)}-n\right]$ is conditionally convergent.

दर्शाइए कि श्रेणी $\Sigma(-1)^n\left[\sqrt{(n^2+1)}-n\right]$ शर्तों के आधार पर अभिसारित है।

Section-C

4. (a) Show that the four fourth roots of unity namely 1, -1, i, -i form a group with respect to multiplication.
दर्शाइए कि एक के चार चतुर्थ मूल 1, -1, i, -i गुणक के सापेक्ष एक समूह बनाता है।

(b) If in a group G, $a^5=e$, $aba^{-1}=b^2$ for $a,b\in G$, find $0(b)$. यदि एक समूह G में, $a^5=e$, $aba^{-1}=b^2$ for $a,b\in G$, b का क्रम ज्ञात कीजिए।

5. (a) Prove that the order of each subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.
सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक सीमित समूह के उपसमूह का क्रम समूह के क्रम का संभाग होता है।

Section-D

6. (a) Every group of prime order is cyclic. प्रत्येक उत्कृष्ट क्रम का समूह चक्रीय होता है।
(b) The intersection of any two normal Subgroups of a group is a normal subgroup. Prove it.
दर्शाइए कि किसी समूह के प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ भी एक प्रसामान्य उपसमूह होता है। सिद्ध कीजिए।

7. (a) Define Intergral domain write, examples. पूर्णांकीय डोमेन को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।
(b) Let S_1 and S_2 be ideals of a ring R and let $S_1+S_2=\{s_1+s_2 : s_1\in S_1, s_2\in S_2\}$ then S_1+S_2 is an ideal of R generated by $S_1\cup S_2$. Prove it. माना S_1 और S_2 किसी वलय R की दो गुणजावालियां है और $S_1+S_2=\{s_1+s_2 : s_1\in S_1, s_2\in S_2\}$ तो सिद्ध कीजिए S_1+S_2 वलय R की $S_1\cup S_2$ द्वारा जनित गुणावली है।

Section-E

8 (a) If $\tan(\theta+i\phi)=\tan(\alpha+i\sec\alpha)$ then prove that $e^{2\phi}=\pm\cot\frac{1}{2}\alpha$ and $2\theta=n\pi+\frac{1}{2}\pi+\alpha$.

यदि $\tan(\theta+i\phi)=\tan(\alpha+i\sec\alpha)$, तब सिद्ध कीजिए $e^{2\phi}=\pm\cot\frac{1}{2}\alpha$ और $2\theta=n\pi+\frac{1}{2}\pi+\alpha$.

(b) Prove that : सिद्ध कीजिए।

$$\frac{\pi}{8}=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{5.7}+\frac{1}{9.11}+........+\text{ading}$$

9. (a) Sum the series : श्रेणी का योग कीजिए:
$1+c\cosh\theta+c^2\cosh 2\theta+c^3\cosh 3\theta+....+$ to n terms.

(b) Show that : $\tan\left(i\log\frac{a-ib}{a+ib}\right)=\frac{2ab}{a^2-b^2}$

दर्शाइए कि: $\tan\left(i\log\frac{a-ib}{a+ib}\right)=\frac{2ab}{a^2-b^2}$