

# DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

[Www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

SACHIN DAKSH dreamtopper.in

**B.A. / B.Sc. I Year Examination, 2013 (Unified Syllabus)**  
**MATHEMATICS - I**  
**(Algebra and Trigonometry)**

Time: 3 Hours]

(AB-126)

[M.M: B.A. 33 / B.Sc. 65]

Note: This paper is divided into two Section-A and B. Section-A contains Short Answer Questions and Section-B contains Descriptive Answer Questions. Attempt both the Sections as per instructions. इस प्रश्न-पत्र को दो खण्डों-अ तथा ब में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ में लघु उत्तरीय प्रश्न तथा खण्ड-ब में विस्तृत उत्तरीय प्रश्न है। सभी खण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिए।

Note: This Section has one question. This question contains ten parts. All parts are compulsory. Each part carries 1/2½ marks. इस खण्ड में एक प्रश्न है। इस प्रश्न के दस भाग हैं। सभी भाग अनिवार्य हैं। प्रत्येक भाग 1/2½ अंक का है।

**Section-A**

- (a) If  $|r| < 1$ , show that: यदि  $|r| < 1$ , दर्शाइए कि:  $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$ .

- (b) Test for convergence the following series: निम्न श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n^2 - 1)^{1/3}}{(3n^3 + 2n+5)^{1/4}}$$

- (c) Test for convergence the series whose  $n$ th term is:

उस श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए, जिसका  $n$ वाँ पद है:  $(n^3 + 1)^{1/3} - n$ .

- (d) Show that  $(I, +)$  is a group, if: दर्शाइए कि  $(I, +)$  एक समूह है, यदि:  $I = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$ .

- (e) Of the  $|n|$  permutations on  $n$  symbols,  $|n/2|$  are even permutations and  $|n/2|$  are odd permutation.  $n$  चिह्नों पर,  $|n|$  क्रमसंचय में से  $|n/2|$  सम क्रमसंचय हैं एवं  $|n/2|$  विषम क्रमसंचय हैं।

- (f) If the element  $a$  of a group  $G$  is of order  $n$ , then  $a^m = e$  iff  $n$  is a divisor of  $m$ . यदि किसी समूह  $G$  के तत्व  $a$  का ओर्डर  $n$  है,  $a^m = e$  यदि एवं केवल यदि तो  $n, m$  का भाजक है।

- (g) Show that the intersection of any two normal subgroups of a group is a normal subgroup. दर्शाइए कि एक समूह के किन्हीं दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ भी एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

- (h) Prove that a skew-field has no divisors of zero. सिद्ध कीजिए कि एक स्क्यू-क्षेत्र में शून्य के भाजक नहीं होते।

- (i) Show that : दर्शाइए कि:
- $$\sinh(x+y)\cosh(x-y) = \frac{1}{2}(\sinh 2x + \sinh 2y).$$

- (j) Sum to infinity the series: श्रेणी का अनन्त तक योग ज्ञात कीजिए:  $1 - \frac{1}{3.4^2} + \frac{1}{5.4^4} - \dots \text{ad.inf.}$

**Section-B**

Note: This Section is divided into four Units. Each Unit contains two questions. Attempt any one question from each Unit. Answer must be descriptive. Each question carries 5/10 marks. इस खण्ड का चार इकाइयों में विभाजित है। प्रत्येक किया गया है। प्रत्येक इकाई में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से कोई एक प्रश्न हल कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। प्रश्न 5/10 अंक का है।

**Unit-I**

(a) Show that the sequence  $\langle s_n \rangle$  defined by: दर्शाइए कि अनुक्रम  $\langle s_n \rangle$  जहाँ पर:

$$s_n = \sqrt{(n+1)} - \sqrt{n}, \forall n \in N$$

is convergent. अभिसारी है।

(b) Test for the convergence the series: श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n+2} \right)^n \cdot x^n, (x > 0)$ .

3. (a) Test for convergence the series: श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए:
- $$\frac{1^2}{4^2} + \frac{1^2 \cdot 5^2}{4^2 \cdot 8^2} + \frac{1^2 \cdot 5^2 \cdot 9^2}{4^2 \cdot 8^2 \cdot 12^2} + \frac{1^2 \cdot 5^2 \cdot 9^2 \cdot 13^2}{4^2 \cdot 8^2 \cdot 12^2 \cdot 16^2} + \dots$$

- (b) Prove that the relation "congruence modulo  $m$ " is an equivalence relation in the set of integers. सिद्ध कीजिए कि विलेशन "कॉनगुअंस मॉड्यूलो  $m$ " पूर्णांकों के समुच्चय में एक एकीवेलेन्स विलेशन है।

4. (a) The necessary and sufficient condition for a non-empty subset  $H$  of a group  $G$  to be a subgroup of  $G$  is that: समूह  $G$  के किसी अंतर्वित उपसमुच्चय  $H$  के समूह  $G$  का उपसमूह होने की आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त है कि:  $ab^{-1} \in H \forall a \in H, b \in H$ .
- (b) Show that  $G = \{A_\alpha : \alpha \in R\}$  forms a group with respect to multiplication, where:

दर्शाइए कि  $G = \{A_\alpha : \alpha \in R\}$ , आव्यूह की गुणा के साथ एक समूह बनाता है, जबकि  $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ .

5. (a) State and prove Lagrange's theorem. लेग्रांज प्रमेय का कथन लिखिए एवं उसे सिद्ध कीजिए।  
 (b) If  $H$  and  $K$  are finite subgroups of a group  $G$ , then: यदि  $H$  तथा  $K$  एक समूह  $G$  के परिमित उपसमूह हैं, तब:

$$o(HK) = \frac{o(H)o(K)}{o(H \cap K)}$$

### Unit-III

6. (a) Prove that the intersection of two subrings of a ring is also a subring. सिद्ध कीजिए कि एक बलय के दो उपबलयों का सर्वनिष्ठ भी एक उपबलय होता है।  
 (b) Prove that every homomorphic image of a group  $G$  is isomorphic to some quotient group of  $G$ . सिद्ध कीजिए कि किसी समूह  $G$  की प्रत्येक समाकारिता प्रतिबिम्ब, समूह  $G$  के किसी कौशेट समूह के आइसोमॉर्फिक होती है।

7. (a) Prove that the ring of integers is a principal ideal ring.

सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों का बलय एक प्रमुख गुणजावली बलय है।

- (b) Show that  $(F, +, \cdot)$  is a field, if: दर्शाइए कि  $(F, +, \cdot)$  एक क्षेत्र है, यदि:

$$F = \{a+b\sqrt{2} : a, b \in Q\}$$

### Unit-IV

8. (a) If  $\cosh u = \sec \theta$ , then show that: यदि  $\cosh u = \sec \theta$ , तब दर्शाइए कि:

$$(i) \quad u = \log \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right). \quad (ii) \quad \tanh^2 \left( \frac{u}{2} \right) = \tan^2 \frac{\theta}{2}.$$

- (b) Prove that: सिद्ध कीजिए कि:  $\log \left[ \frac{\sin(x+iy)}{\sin(x-iy)} \right] = 2i \tan^{-1} (\cot x \tanh y)$ .

9. (a) Show that: दर्शाइए कि:  $\left[ 1 - \frac{1}{3^{1/2}} \right] - \frac{1}{3} \left[ 1 - \frac{1}{3^{3/2}} \right] + \frac{1}{5} \left[ 1 - \frac{1}{3^{5/2}} \right] - \dots \text{ad. inf} = \frac{\pi}{12}$ .

- (b) Sum the series: श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए।  $\tan^{-1} \frac{4}{1+3 \cdot 4} + \tan^{-1} \frac{6}{1+8 \cdot 9} + \tan^{-1} \frac{8}{1+15 \cdot 16} + \dots + \text{to } n \text{ terms}$

Examination, 2013 (Unified Syllabus)