

K SINK π

Mathematics-VI Mechanics (2019)

Time : 3 Hrs.]

(AB-228)

[M.M. : 34/70

Note: इस प्रश्न पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित हैं।

Section-A

Note : इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

1. (i) आभासी कार्य के सिद्धान्त को लिखिए। State the principle of virtual work.
- (ii) किसी गतिमान बिन्दु के त्रैज्य तथा अनुप्रस्थ त्वरण के सूत्र लिखिए। Write down the formula for radial and transverse acceleration of a moving particle.
- (iii) निम्नलिखित पदों को परिभाषित कीजिए: Define the following terms :
 - (i) स्थायी संतुलन Stable Equilibrium.
 - (ii) अस्थायी संतुलन Unstable Equilibrium.
- (iv) उदाहरण देकर प्रेरित गति को परिभाषित करें। Define constrained motion with example.
- (v) साधारण कैटनरी को परिभाषित करें एवं x और ψ के बीच सम्बन्ध ज्ञात करें। Define common catenary and find relation between x and ψ .
- (vi) केपलर के नियम का कथन व्यक्त करें। State the Kepler's Law.
- (vii) केन्द्रीय अक्ष को परिभाषित करते हुए उसके समीकरण लिखिए। Define Central Axis and write the Equation of central axis.

(viii) निम्न को परिभाषित कीजिए : Define the following terms :

(i) सरल आवर्त गति Simple Harmonic Motion (ii) आयाम Amplitude

(ix) एक समान डोरी गुरुत्वाकर्षण में स्वतन्त्र रूप से लटकी है। सिद्ध करो द्रव्यमान प्रति इकाई लम्बाई $\frac{\sec^2 \Psi}{e}$ के समानुपाती है। A uniform string hangs freely under gravity. Prove that the mass per unit length is proportional to $\frac{\sec^2 \Psi}{e}$.

(x) सिद्ध करो कि केन्द्रीय कक्षा हमेशा एक समतलीय वक्र होगी। Prove that Central orbit is always a plane curve.

Section-B

Note : प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित हैं।

2. यदि पृथ्वी की सतह पर v वेग के कारण गुरुत्वाकर्षण बल कोस्टेन्ट लेने पर h ऊँचाई मिलती तथा गुरुत्वाकर्षण बल वैरियेबल लेने पर H ऊँचाई मिलती है तब सिद्ध करें : If h be the height due to the velocity v at the earth's surface supposing its attraction constant and H the corresponding height when the variation of gravity is taken into account prove that :

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{H} = \frac{1}{r}, \text{ जहाँ where, } r \text{ पृथ्वी की त्रिज्या है। } r \text{ is the radius of earth.}$$

अथवा

3. एक हल्की इलास्टिक डोरी AB जिसकी लम्बाई l है, A पर बँधी है, यदि भार W , B पर बाँधा जाता है तब डोरी $2l$ लम्बाई तक खिंच जाती है यदि एक भार $W/4$, B भार पर बाँधकर A ऊँचाई से गिरने दिया जाता है, सिद्ध करें—A Light elastic string AB of length l is fixed at A and is such that if, a weight W be attached to B, the string will be stretched to a length $2l$. If a weight $W/4$ be attached to B and let fall from the level of A prove :

(i) सरल आवर्त गति का आयाम $3/4$ है। The Amplitude of the S. H. M that ensues is $3/4$.

(ii) यह $2l$ ऊँचाई तक गिरेगा। The distance through wide it falls is $2l$.

Section-C

4. एक कण एक चिकने ऊर्ध्वाधर गोले के उच्चतम बिन्दु से, विरामावस्था से विस्थापित होता है, गति की विवेचना करें। A particle slides down the outside of a smooth verticle circle starting from rest at the highest point, discuss the motion.

अथवा

5. एक कण एक चिकने ऊर्ध्वाधर गोले के बाहरी सतह पर रखा जाता है। यदि कण एक बिन्दु जिसकी कोणीय दूरी α एक उच्चतम बिन्दु से है यह उस वक्र को छोड़ देगा यदि $\cos \theta = 2/3 \cos \alpha$ होगा। A particle is placed on the outside of a smooth verticle circle. If the particle starts from a point whose angular distance is α from the highest point of the circle, show that it will fly off the curve when, $\cos \theta = 2/3 \cos \alpha$.

Section-D

6. ध्रुव के बल को वक्र $r^n = a^n \cos n \theta$ प्रदर्शित करता है। तो बल का नियम ज्ञात कीजिए और ज्ञात कीजिए किस नियम के अन्तर्गत एक कार्डियोड को प्रदर्शित किया जा सकता है। A particle describes the curve $r^n = a^n \cos n \theta$ under a force to the pole. Find the law of force. Hence obtain the law of force under which a cardioid can be described.

7. एक बल जिसके अक्षों की दिशा में घटक x, y, z है तथा बल युग्म L, M, N है तब बल का परिणाम $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ होगा तथा बल की क्रिया रेखा होगी $\frac{yz - zy}{L} = \frac{zx - xz}{M} = \frac{xy - yx}{N} = 1$. A single force is equivalent to component force x, y, z about the axes of coordinates and to couples L, M, N about these axes, Prove that the magnitude of the single force is $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ and the equation of its line of action are $\frac{yz - zy}{L} = \frac{zx - xz}{M} = \frac{xy - yx}{N} = 1$.

Section-E

8. एक समान डोरी जिसका भार W है यह दो बिन्दुओं से समान लेबल पर लटकी है। एक भार W डोरी के सबसे निचले बिन्दु पर बधा है यदि अब α और β उच्चतम और निम्नतम बिन्दु पर स्पर्श रेखा के क्षैतिज इनक्लीनेशन्स है। सिद्ध करो कि : A uniform string of weigh W is suspended from two points at the same level and a weight W is attached to its lowest point. If α and β are now inclinations to the horizontal of tangent at the highest and lowest points. Prove that : $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{W}{W'}$.

अथवा

9. एक समान मोटाई $2b$ का बीम, एक रूक्ष क्षैतिज a त्रिज्या के बेलन पर समरूपता से रखा हुआ है दर्शाइए कि संतुलन स्थाई या अस्थायी क्रमशः $b < a$ और $b > a$ की स्थिति में होगा। A uniform beam of thickness $2b$ rests symmetrically on a perfectly rough horizontal cylinder of radius a , show that the equilibrium of the beam will be stable or unstable according as b is less than or greater than a .