

DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

[Www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

SACHIN DAKSH

B.A / B.Sc. II Year Examination, 2018 (Unified Syllabus)
Mathematics-V Differential Equations and Integral Transforms

Time : 3 Hrs.]

(AB-227)

[M.M. : 33/65]

Note: इस प्रश्न पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। This paper is divided into Five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

Note : इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1·3/2·5 अंक का है। This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries 1·3/2·5 marks.

1. (i) हल कीजिए : Solve : $x^2y \, dx - (x^3 + y^3) \, dy = 0$.
- (ii) हल कीजिए : Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = x \sin x$.
- (iii) हल कीजिए : Solve : $(p - xy)(p - x^2)(p - y^2) = 0$.
- (iv) हल कीजिए : Solve : $\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{-y(z^2 + x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 + y^2)}$.
- (v) हल कीजिए : Solve : $(p + 3q) = 5z + \tan(y - 3x)$.
- (vi) हल कीजिए : Solve : $(D^3 - 3DD' + D + 1)z = e^{2x + 3y}$.
- (vii) हल कीजिए : Solve : $t - xq = x^2$.
- (viii) फर्स्ट शिपिंग थ्योरम का प्रयोग करते हुए निकालिए : Using first shifting theorem, evaluate :
 $L\{e^{6t}(t-2)^2\}$.
- (ix) सिद्ध कीजिए : Prove that : $\int_0^\infty e^{-x^2} \, dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$.
- (x) सिद्ध कीजिए : Prove that : $L^{-1}\left\{\frac{1}{p^3+1}\right\} = \frac{t^2}{2!} - \frac{t^5}{5!} + \frac{t^8}{8!} - \frac{t^{11}}{11!} + \dots$

खण्ड-ब (Section-B)

Note : प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। Each Section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive.

2. (a) हल कीजिए: Solve :

$$\frac{xdx + ydy}{xdy - ydx} = \sqrt{\frac{a^2 - x^2 - y^2}{x^2 + y^2}}.$$

- (b) निम्न अवकलन समीकरण का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए: Find complete solution of the differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 7 \frac{dy}{dx} + 6y = e^{2x},$$

अथवा

3. (a) हल कीजिए: Solve : $ap^2 + py - x = 0$.

$$(b) \text{ हल कीजिए: Solve : } \frac{dx}{\cos(x+y)} = \frac{dy}{\sin(x+y)} = \frac{dz}{z}.$$

अथवा

खण्ड-स (Section-C)

4. (a) x की घात के रूप में हल कीजिए : Solve in powers of x :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2x^2 \frac{dy}{dx} + 4xy = x^2 + 2x + 2.$$

- (b) दिखाइये कि : Show that :

$$\frac{1-z^2}{(1-2xz+z^2)^{\frac{3}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(x) \cdot z^n.$$

अथवा

5. (a) सिद्ध कीजिए कि : Prove that : $\int_{-1}^{+1} x^2 P_{n+1} P_{n-1} dx = \frac{2n(n+1)}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$.

$$(b) \text{ सिद्ध कीजिए कि : Prove that : } J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots$$

अथवा

खण्ड-द (Section-D)

6. (a) हल कीजिए : Solve : $t - xq = x^2$.

- (b) हल कीजिए : Solve : $r - t \cdot \cos^2 x + p \tan x = 0$.

अथवा

7. (a) सिद्ध कीजिए कि : Prove that : $L^{-1} \left\{ \frac{p}{p^4 + p^2 + 1} \right\} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sinh \frac{t}{2} \cdot \sin \frac{\sqrt{3}t}{2}$.

- (b) हल कीजिए : Solve : $\frac{d^2x}{dt^2} + x = F(t)$

यदि if $x = x' = 0$, for $t = 0$ के लिए। खण्ड-इ (Section-E)

8. (a) कॉन्वल्यूशन प्रमेय का उल्लेख एवं सिद्ध कीजिए। State and prove convolution theorem.

- (b) $(0, 2\pi)$ अन्तराल के बीच $f(x) = \left(\frac{\pi-x}{2}\right)$ के फूरिये क्रम को निकालिए : Obtain the Fourier series of

$f(x) = \left(\frac{\pi-x}{2}\right)$ in the interval $(0, 2\pi)$ and hence deduce : $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$

अथवा

9. (a) $f(x)$ का परिमित फूरिये कोज्या रूपान्तर ज्ञात कीजिए यदि : Find the finite Fourier cosine transform off(x), if:

$$f(x) = \frac{\pi}{3} - x + \frac{x^2}{2\pi}.$$

- (b) निम्न अवकलन समीकरण का बहुप्रचलित हल ज्ञात कीजिए :

Find the general solution of the differential equation :

$$x''(t) + k^2 x(t) = F(t); x(0) = A, x'(0) = B.$$