

DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

[Www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

SACHIN DAKSH

नोट: इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द एवं इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। **खण्ड-अ (Section-A)** इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

1. (i) एक कण एक वक्र के मार्ग पर समान गति से चलता है (s और ψ एक ही बिन्दु पर शून्य होते हैं) कण का वेग v है। यदि किसी बिन्दु s पर त्वरण $v^2 c/s^2 + c^2$ हो, तो वक्र की इन्ट्रिसिंक समीकरण ज्ञात कीजिए। A particle describe a curve (for which s and ψ vanish simultaneously) with uniform speed v . If acceleration at any point s be $v^2 c/s^2 + c^2$, find the intrinsic equation of curve.
 - (ii) साधारण केटेनरी की कार्टीसियन समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the Cartesian equation of the common catenary.
 - (iii) निम्न पदों को परिभाषित कीजिए : Define the following terms :
 - (a) हुक का नियम Hooke's Law (b) आयाम (सरल आवर्त गति के लिए) Amplitude in S.H.M.
 - (iv) यदि किसी ग्रह की सूर्य से दूरी जब न्यूनतम और अधिकतम है और तब उसकी रेखीय गति क्रमशः v_1 और v_2 है, तब सिद्ध कीजिए कि $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$ है। If v_1 and v_2 are linear velocities of a planet when it is nearest and farthest from sun respectively, prove that $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$.
 - (v) नल रेखा तथा नल समतल को परिभाषित कीजिए तथा नल समतल का समीकरण लिखिए बिन्दु (a, b, c) पर ox , oy , oz को अक्ष मानते हुए। Define Null line and Null plane. Also write the equation of null plane of a given point (a, b, c) referred to any axes ox , oy , oz .
 - (vi) प्रथम चतुर्थांश में ऐस्ट्रॉइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की आर्क का गुरुत्वाकर्षण-केन्द्र ज्ञात कीजिए। Find the centre of gravity of the arc of the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ lying in first quadrant.
 - (vii) आभासी कार्य के सिद्धान्त को लिखिए। State the principle of virtual work.
 - (viii) किसी गतिमान बिन्दु के त्रैन्य तथा अनुप्रस्थ त्वरण के सूत्र लिखिए। Write the formulae for radial and transverse acceleration of a moving particle.
 - (ix) सिद्ध कीजिए कि केन्द्रीय कक्षा हमेशा एक समतलीय वक्र होगी। Prove that central orbit is always a plane curve.
 - (x) निम्नलिखित पदों को परिभाषित कीजिए : Define the following terms :
 - (a) स्थायी संतुलन Stable equilibrium (b) टर्मिनल वेग Terminal velocity.
- खण्ड-ब, स, द एवं इ प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।
- खण्ड-ब (Section-B)**
2. सिद्ध कीजिए कि बल-केन्द्र तक उतरने का समय, जबकि बल उसके केन्द्र से दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती हो, प्रथम आधी दूरी तथा अन्तिम आधी दूरी का अनुपात $\pi + 2 : \pi - 2$ है। Show that the time of descent to the centre of force, the force varying inversely as the square of the distance from the centre through the first half of its initial distance is to that through the last half as $\pi + 2 : \pi - 2$.
 3. (a) एक छोटा कण स्थिर गति से कार्डिओइड $r = a(1 + \cos \theta)$ के शक्ल के चिकने तार पर खिसकता है, तो दिखाइए कि कोणीय वेग $(v/2a) \sec \theta/2$ के बराबर है और त्वरण का त्रिज्य घटक स्थिर है। A small bead slides with constant speed v on a smooth wire in the shape of cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$. Show that the angular velocity is $(v/2a) \sec \theta/2$ and that the radial component of acceleration is constant.

- (b) सरल आवर्त गति में सिद्ध कीजिए कि आवर्तकाल आयाम के ऊपर निर्भर नहीं करता है। Show that in S.H.M. the period of motion is independent of the amplitude. **खण्ड-स (Section-C)**
4. एक कण जिसका द्रव्यमान m है, ऊर्ध्वाधर (गुरुत्वाकर्षण के अन्तर्गत) प्रक्षेपित किया जाता है। हवा का अवरोध, गति का mk गुणा है। प्रदर्शित कीजिए कि कण द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई $\frac{v^2}{g} [\lambda - \log(1 + \lambda)]$ है, जहाँ v कण की टर्मिनल और λv इनिशियल गति है। A particle of mass m is projected vertically under gravity the resistance of air mk times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{v^2}{g} [\lambda - \log(1 + \lambda)]$, where v is terminal velocity and λv is initial velocity.
5. एक कण एक चिकने चक्रज, जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा शीर्ष निम्नतम है, के चाप से नीचे फिसलता है। सिद्ध कीजिए कि ऊर्ध्वाधर ऊँचाई की प्रथम आधे के गिरने का समय तथा आगे आधे गिरने का समय समान है। A particle slides down the arc of a smooth cycloid where axis is vertical and vertex lowest, starting at rest from cusp. Prove that the time occupied in falling down the first half of the vertical height is equal to the time falling down the second half. **खण्ड-द (Section-D)**
6. (a) वैश्लेषिक विधि से सिद्ध कीजिए कि जब केन्द्रीय बल (त्वरण) स्थिर बिन्दु से कण दूरी के पूर्णांक घातीय अनुपात में हो तो अधिक से अधिक दो ऐप्साइडल दूरियाँ होंगी। Prove analytically that when central acceleration varies as some power (integral power) of the distance there are atmost two apsidal distances.
(b) एक कण पोल की ओर आकर्षित केन्द्रीय बल के अधीन एकवीनुलर स्पाइरल $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ बनाता है। बल का नियम ज्ञात कीजिए। A particle describe the equiangular spiral $r = ae^{\theta \cot \alpha}$, under a central attractive force directed to the pole. Find the law of force.
7. दो समान बल प्रत्येक सरल रेखा (पर एक) कार्य करते हैं: $\frac{x \pm a \cos \theta}{a \sin \theta} = \frac{y - b \sin \theta}{\pm b \cos \theta} = \frac{z}{c}$
Two equal forces act on one along each straight lines: $y\left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x}\right) = b\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right)$.
दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष निम्न वक्र पर स्थित है : Show that their central axis must lie on : **खण्ड-इ (Section-E)**
8. एक भारी सामानाकार रॉड जिसकी लम्बाई $2a$ है चिकने झुके हुए समतलों (जो क्षैतिज से क्रमशः α और β कोण पर झुके हैं) पर रखी है। यदि रॉड क्षैतिज से θ कोण पर झुकी है, तो आभासी कार्य के सिद्धान्त से सिद्ध कीजिए कि :
A heavy rod which uniform and of length $2a$ rest with its ends in contact with two smooth inclined planes of inclination α and β to the horizon. If θ be the inclination of the rod to the horizon, prove by principle of virtual work that: $\tan \theta = \frac{1}{2} (\cot \alpha - \cot \beta)$.
9. (a) एक भारी एकसमान छड़ का एक सिरा चिकनी ऊर्ध्व दीवार पर टिका है और छड़ की लम्बाई में एक बिन्दु एक चिकनी खूँटी के सहारे है, संतुलन की स्थिति निकालिए और सिद्ध कीजिए कि संतुलन अस्थाई है।
A heavy uniform rod rest with one end against a smooth vertical wall with a point in its length resting on a smooth peg, find the position of equilibrium and show that it is unstable.
(b) एक एकसमान / लम्बाई की जंजीर एक ही क्षैतिज रेखा में स्थित बिन्दुओं A और B से लटकी हुई है। यदि A बिन्दु पर तनाव निम्नतम बिन्दु के तनाव से दो गुना है, तो दर्शाइए कि स्पान AB का मान $\frac{l}{\sqrt{3}} \log(2 + \sqrt{3})$ होगा।
A uniform chain of length l , is suspended from two points A, B in the same horizontal line. If the tension at A is twice that at the lowest point, show that the span AB is $\frac{l}{\sqrt{3}} \log(2 + \sqrt{3})$.