



DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

www.dreamtopper.in

SACHIN DAKSH

B.A./B.Sc. II Year Examination, 2017 (Unified Syllabus)
MATHEMATICS-V Differential Equations and Integral Transforms

Time : 3 Hrs.]

(AB-227)

[M.M : 33/65

नोट: इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द एवं इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Note: This paper is divided into five Sections – A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

खण्ड-अ (Section-A)
 इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2½ अंक का है। This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries 1.3/2½ marks.

1. (i) हल कीजिए : Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{e^x(\sin^2 x + \sin 2x)}{y(2\log y + 1)}$

(ii) हल कीजिए : Solve : $(x + 1)\frac{dy}{dx} - y = e^x(x + 1)^2$

(iii) निम्न का विचित्र हल ज्ञात कीजिए : Find the singular solution of : $p^2(1 - x^2) = 1 - y^2$

(iv) हल कीजिए : Solve : $y^2(x - y)p + x^2(y - x)q = z(x^2 + y^2)$

(v) लम्बकोणीय संछेदी को परिभाषित कीजिए। Define orthogonal trajectories.

(vi) हल कीजिए : Solve : $(D^5 - 4D^2D' + 4DD'^2)z = 4\sin(2x + y)$

(vii) निम्न परिभाषित $f(t)$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए :
 Find the Laplace transform of $f(t)$ defined by : $f(t) = \begin{cases} 5 & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t \end{cases}$

(viii) ज्ञात कीजिए : Find : $L^{-1}\left\{\frac{4p + 15}{16p^2 - 25}\right\}$

(ix) फूरिये रूपान्तर को परिभाषित कीजिए। Define Fourier transform.

(x) निम्न परिभाषित $f(x)$ का फूरिये रूपान्तर ज्ञात कीजिए : Find the Fourier transform of $f(x)$ defined by :

$$f(x) = \begin{cases} e^{i\omega x} & a < x < b \\ 0 & x < a, x > b \end{cases}$$

खण्ड-ब, स, द एवं इ (Sections-B, C, D & E)

प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। Each Section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive.

खण्ड-ब (Section-B)

2. (a) हल कीजिए : Solve : $\frac{dy}{dx} = x^3y^3 - xy$

(b) मूलबिन्दु से होकर जाने वाले सभी वृत्तों का, जिनका केन्द्र y -अक्ष पर है, अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए।
 Find the differential equation of all circles passing through the origin and having their centres on the y -axis.

3. (a) हल कीजिए : Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$.

(b) हल कीजिए : Solve : $y = 2px + y^2p^3$.

खण्ड-स (Section-C)

4. (a) हल कीजिए : Solve : $\frac{dx}{dt} + 7x - y = 0$

$$\frac{dy}{dt} + 2x - 5y = 0.$$

(b) उन सभी परवलयों का जिनके शीर्ष मूलबिन्दु पर हैं और नाभि x-अक्ष पर है, लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए ।
Find the orthogonal trajectories of all the parabolas with vertices at the origin and foci on the x-axis.

5. (a) हल कीजिए : Solve : $\cos x \frac{d^2y}{dx^2} + \sin x \frac{dy}{dx} - 2y \cos^3 x = 2 \cos^5 x$.

(b) सिद्ध कीजिए कि : Prove that : $xJ'_n(x) = nJ_n(x) - xJ_{n+1}(x)$.

खण्ड-द (Section-D)

6. (a) सिद्ध कीजिए कि : Prove that : $\int_{-1}^{+1} P_m(x)P_n(x)dx = 0$ यदि/if $m \neq n$.

(b) निम्न का पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिए : Find the complete integral of : $px + qy = pq$.

7. (a) मोंगे की विधि द्वारा हल कीजिए : Solve by Monge's method : $t - r \sec^4 y = 2q \tan y$,

(b) लाप्लास रूपान्तर का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि : Using Laplace transform to prove that :

$$\int_0^\infty \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

खण्ड-इ (Section-E)

8. (a) ज्ञात कीजिए : Find : $L^{-1} \left\{ \frac{p}{p^4 + p^2 + 1} \right\}$.

(b) लाप्लास रूपान्तर द्वारा हल कीजिए : Solve by Laplace transform :

$$(D+1)^2 y = t, y = -3 \text{ when } t = 0 \text{ and } y = -1 \text{ when } t = 1.$$

9. (a) निम्न का फूरिये कोज्या रूपान्तर ज्ञात कीजिए : Find the Fourier cosine transform of :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

(b) परिमित फूरिये रूपान्तर के प्रयोग द्वारा हल कीजिए : Use the finite Fourier transform to solve :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, 0 < x < 6, t > 0,$$

यदि/if $U(0, t) = 0, U(6, t) = 0,$

$$U(x, 0) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 3 \\ 0, & 3 < x < 6 \end{cases}$$