



DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

www.dreamtopper.in

SACHIN DAKSH

B.A/B.Sc. II Year Examination, 2016 (Unified Syllabus)
Mathematics-VI Mechanics

Time : 3 Hrs.]

(AB-228)

[M.M.: 34]

Note : इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों -अ, ब, स, द तथा इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। This paper is divided into five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All the ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive.

खण्ड-अ (Section-A)

इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries 1.4/3 marks.

- 1.(a) एक कण के रेडियस वेक्टर और उसके लम्बवत वेग क्रमशः λr^2 और $\mu\theta^2$ हैं। बिन्दु पथ ज्ञात करें तथा रेडियल त्वरण और अनुप्रस्थ त्वरण भी ज्ञात करें। The velocities of a particle along and perpendicular to the radius vector are λr^2 and $\mu\theta^2$ where λ & μ are constants. Find the path of particle and also its radial and transverse acceleration in terms of r and θ .
- (b) बल निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिये समतल $x + y + z = 0$ का नल केन्द्र ज्ञात करें। Find Null point of the plane $x + y + z = 0$ for the force system (X, Y, Z, L, M, N).
- (c) केपलर के नियम का कथन व्यक्त करो। State the Kepler's law.
- (d) एक कण निम्न वक्र को रेखांकित करता है जो कि $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ से प्रदर्शित किया गया है। उस पर लगने वाले बल के नियम को ज्ञात करो। A particle describes the curve $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ under a force to the pole. Find the law of force.
- (e) साधारण केटेनरी को परिभाषित करें x तथा ψ के बीच सम्बन्ध ज्ञात करें। Define common catenary & find relation between x and ψ .
- (f) उदाहरण सहित स्थिर और अस्थिर संतुलन परिभाषित करें। Define stable and unstable equilibrium with examples.
- (g) वक्र $y^2 (2a - x) = x^3$ तथा उसके अनन्त स्पर्शी के बीच के क्षेत्र का गुरुत्वाकर्षण केन्द्र ज्ञात करो। Find the C. G. of the area included between the curve $y^2 (2a - x) = x^3$ and its asymptote.
- (h) केन्द्रीय अक्ष को परिभाषित करते हुए उसके समीकरण लिखिये। Define central axis and write the equation of central axis.
- (i) उदाहरण देकर प्रेरित गति को परिभाषित करें। Define constrained motion with examples.
- (j) एक कण सरल रेखा में सरल आवर्तन कर रहा है। जब उसकी मध्य बिन्दु से दूरी x_1 और x_2 है तब उसका वेग v_1 और v_2 है। दर्शायें कि उसका आवर्त समय $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$ है।

A point moving in a straight line with S. H. M. has velocities v_1 and v_2 when its distances from centre are x_1 and x_2 . Show that the period of motion is $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$.

खण्ड-ब, स, द एवं इ (Section-B, C, D & E)

प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। Each section contains two questions. Attempt one question from each section. Each question carries 5/10 marks.

खण्ड-ब (Section-B)

- 2.(a) समवक्र पर गतिमान किसी कण के त्रैज्य तथा अनुप्रस्थ त्वरण किसी क्षण पर ज्ञात करिये। For a particle moving on a plane curve find the radial and transverse components of acceleration at any instant.
- (b) एक कण वृत्त $r = 2a \cos \theta$ के अनुदिश इस प्रकार गति करता है कि उसका त्वरण मूल बिन्दु की ओर सदैव शून्य रहता है। प्रदर्शित करो कि भेदिका (transversal) त्वरण $\operatorname{cosec} \theta$ के पाँच घात के अनुपाती है। A particle moves along a circle $r = 2a \cos \theta$ in such a way that its acceleration towards origin is always zero. Show that the transverse acceleration varies as fifth power of $\operatorname{cosec} \theta$. अथवा
- 3.(a) सरल आवर्त गति की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिये सरल आवर्त गति आवृत्ति होती है, और उसका आवर्तकाल उसके आयाम से स्वतन्त्र होता है। Define simple Harmonic Motion. Show that S. H. M. is periodic and its period is independent of amplitude.
- (b) सरल आवर्त गति से गतिमान बिन्दु की 1, 2 व 3 सेकेण्ड के अन्त में अपनी माध्य स्थिति से दूरी एक ही दिशा में क्रमशः x_1 , x_2 व x_3 है, सिद्ध कीजिए पूर्ण दोलन कोल $\frac{2\pi}{\cos^{-1} \{(x_1 + x_3)/x_2\}}$ । At the end of three successive seconds, the distances of a point moving with S. H. M. from mean position measured in same direction are x_1 , x_2 and x_3 . Show that period of a complete oscillation is given by $\frac{2\pi}{\cos^{-1} \{(x_1 + x_3)/x_2\}}$

खण्ड-स (Section-C)

4. (a) एक कण v वेग से ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। कण के माध्यम में अवरोध kv^2 है जहाँ v वेग है। अगर कण v' वेग से फेंके जाने वाली जगह वापस लौटता है तो सिद्ध कीजिए- $\frac{1}{(v')^2} = \frac{1}{v^2} + \frac{k}{g}$

A particle is projected vertically upward with a velocity v and the resistance of the air produces a retardation kv^2 , where v is the velocity. Show that the velocity v' with which the particle will return to the point of projection is given by $\frac{1}{(v')^2} = \frac{1}{v^2} + \frac{k}{g}$

5. एक साइक्लायड जिसकी अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा शीर्ष नीचे की तरफ है, पर एक कण के नीचे की तरफ फिसलने की गति की विवेचना करें। Determine the motion of a particle sliding down the arc of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex downwards.

खण्ड-द (Section-D)

6. एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu \left(r + \frac{a^4}{r^3} \right)$ के अन्तर्गत गति कर रहा है तथा जिसको एप्स से 'a' दूरी से $2a\sqrt{\mu}$ की गति से प्रक्षेपित किया गया है। दर्शाइये इसका पथ वक्र $r^2 (2 + \cos \sqrt{3\theta}) = 3a^2$ होगा। A particle moves with central acceleration $\mu \left(r + \frac{a^4}{r^3} \right)$ being projected from an apse at a distance a with a velocity $2a\sqrt{\mu}$. Prove that it describes the curve $r^2 (2 + \cos \sqrt{3\theta}) = 3a^2$.
7. एक बल P x -अक्ष की दिशा में कार्य करता है तथा दूसरा बल nP बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ के एक जेनरेटर की दिशा में कार्य करता है। दिखाइए कि केन्द्रीय अक्ष निम्न बेलन पर स्थित है, $n^2 (nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$ । A force P acts along the axis of x and another force nP along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that the central axis lies on the cylinder. $n^2 (nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$

खण्ड-इ (Section-E)

8. एक भारी समान धागा 90 इंच लम्बा है। यह धागा दो चिकनी खूंटियों, जो अलग-अलग ऊँचाई पर हैं, से लटका है। धागे के दो लम्बवत् हिस्से 30 और 33 इंच पर लटके हैं। सिद्ध करो कि कैटनरी का शीर्ष पूरे धागे को 4 : 5 के अनुपात में विभाजित करता है और दोनों खूंटियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। A Heavy uniform string 90 inches long hangs over two smooth pegs at different heights. The parts which hangs vertically are of length 30 and 33 inches. Prove that the vertex of the cotenary divides the whole string in ratio 4:5 and find the distance between the pegs.
9. (a) एक अर्धगोला अपने बराबर के अर्धव्यास के गोले पर विश्राम करता है। दिखाइये कि सन्तुलन स्थायी या अस्थायी होगा जब गोले का सपाट तल या वक्र तल गोले पर विश्राम करता है। A hemisphere rest in equilibrium on a sphere of equal radius. Show that the equilibrium is unstable when the curved and stable when the flat surface of the hemisphere rest on the sphere.
- (b) छः एक समान भारी छड़ों को जोड़कर एक समषट्भुज बनाते हैं और एक छड़ समतल जगह पर रखी है। ऊपर की दो तिरछी छड़ों को एक हल्के धागे से बीच से बाँधते हैं, अगर θ समतल से कोण है। w और θ में तनाव निकालें, जहाँ w प्रत्येक छड़ का भार है। Six equal heavy beams are freely jointed at their ends to form a hexagon and are placed in a vertical plane with one beam resting on horizontal plane; the middle point of two upper slant beams, which are inclined at angle θ to the horizon are connected by a light cord. Find the tension in terms of w and θ , w is the weight of each rod.