



DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

www.dreamtopper.in

SACHIN DAKSH

B. A./B.Sc. II Year Examination, 2015 (Unified Syllabus)
Mathematics-V Mechanics

Time : 3 Hrs.]

(AB-228)

[M.M. : 34/70]

नोट: इस प्रश्न पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्डों-ब, स, द तथा इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है। **खण्ड-अ**

नोट: खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

1. (a) एक गतिशील बिन्दु के अक्षांश समय t पर $x = a(2t + \sin 2t)$ एवं $y = a(1 - \cos 2t)$ है। सिद्ध करो इसका त्वरण स्थिर है। The coordinate of a moving point at time t are given by $x = a(2t + \sin 2t)$, $y = a(1 - \cos 2t)$. Prove that its acceleration is constant.
- (b) निम्न को परिभाषित कीजिए : Define the following :
(i) सरल आवर्तन। Simple Harmonic Motion (ii) आयाम। Amplitude.
- (c) केन्द्रीय अक्ष का समीकरण लिखिये। Write down the Equation of Central axis .
- (d) एक कण p बल के साथ निम्न वक्र को रेखांकित करता है $r = a \sin n\theta$ में बल का नियम ज्ञात करो। A particle describes the following curve under a force p to pole. Find the law of force in $r = a \sin n\theta$.

- (e) यदि बड़ी अक्ष के अन्तिम सिरे के निकट एक ग्रह का कोणीय वेग w है। सिद्ध करो इसका आवर्त निम्न है :
If w be the angular velocity of a planet at the nearer end of the major axis. Prove that its period is

$$\frac{2\pi}{w} \sqrt{\frac{1+e}{(1-e)^{3/2}}}$$

- (f) कैटनरी की अक्ष, शीर्ष एवं नाभिलम्ब को परिभाषित करो।

Define the Axis, vertex and directrix of catenary.

- (g) स्थायी एवं अस्थायी सन्तुलन को परिभाषित कीजिये। Define stable and unstable Equilibrium.

- (h) एक समान डोरी गुरुत्वाकर्षण में स्वतन्त्र रूप से लटकी है। सिद्ध करो द्रव्यमान प्रति इकाई लम्बाई $\frac{\sec^2 \psi}{e}$ के समानुपाती है। A uniform string hangs freely under gravity. Prove that the mass per unit length is proportional to $\frac{\sec^2 \psi}{e}$.

- (i) केपलर के नियम का कथन व्यक्त करो। State the Kepler's Law.

- (j) प्रथम चतुर्थांश में एस्ट्रॉयड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की आर्क का गुरुत्वाकर्षण केन्द्र ज्ञात करो। Find the centre of gravity of the arc of astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ laying in the first quadrant.

खण्ड-ब, स, द, इ

नोट: खण्ड-ब, स, द तथा इ प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न करना है। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

खण्ड-ब

2. एक बिन्दु समतल वक्र में इस प्रकार घूमता है कि इसका स्पर्शी त्वरण स्थिर है और स्पर्शी वेग एवं सामान्य त्वरण का परिमाण स्थिर अनुपात में है। वक्र की इनट्रिन्सिक समीकरण ज्ञात करो।

A point moves in a plane curve so that its tangential acceleration is constant and the magnitudes of the tangential velocity and Normal acceleration are in constant ratio. Find the intrinsic equation of the curve.

3. एक कण सरल आवर्तन कर रहा है, उसका आवर्त समय T है तथा मध्य बिन्दु O है। वह बिन्दु P से V वेग से OP की दिशा में आता है। सिद्ध करो कि वह बिन्दु P पर $\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{V.T}{2\pi OP} \right)$ समय के बाद फिर वापस आयेगा। A particle

which is performing S.H.M of period T about a centre O passes through a point P with velocity V in the direction OP . Prove that the time which elapses before it returns to P is $\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{V.T}{2\pi OP} \right)$.

खण्ड-स

4. एक कण u वेग से ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है। कण के माध्यम में अवरोध kv^2 प्रति यूनिट मास है। प्रदर्शित करें कि किसी समय कण के पथ पर कण की उच्चतम बिन्दु से दूरी $\frac{1}{k} \log \sec \{t\sqrt{(g \cdot k)}\}$ है। जहाँ t वह समय है जिसमें

कण अपने उच्चतम बिन्दु पर पहुँचता है। A particle is projected upwards with a velocity u in a medium whose resistance is kv^2 per unit mass. Show that at any instant its distance from the highest point its path is $\frac{1}{k} \log \sec \{t\sqrt{(g \cdot k)}\}$ where t denote the time it will take to reach its highest point.

5. एक कण एक इनवर्टेड साइक्लायड के कस्प से v वेग के साथ प्रक्षेपित किया जाता है। दिखाइये कि वर्टेक्स पहुँचने का समय $2\sqrt{\frac{a}{g}} \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{4ag}}{v} \right]$ है। A Particle is projected with velocity v from the cusp of an inverted cycloid

down the arc. Show that the time of reaching the vertex is $2\sqrt{\frac{a}{g}} \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{4ag}}{v} \right]$.

खण्ड-द

6. दो कण जिनका द्रव्यमान M और m है एक अविस्तार्य डोरी के सिरों से बंधे हैं। जो एक चिकनी स्थिर रिंग से पास होते हैं। सम्पूर्ण एक क्षैतिज मेज पर विराम में है। कण डोरी से समकोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। प्रदर्शित करो कि इसका पथ
- Two particles of masses M and m are attached to the ends of an inextensible string, which passes through a smooth fixed ring. The whole resting on a horizontal table. The Particle is being projected at

right angle to the string. Show that its path is : $a = r \cos \left[\sqrt{\left(\frac{m}{m+M} \right)} \theta \right]$ है।

7. एक एकसमान डोरी जिसका भार w है यह दो बिन्दुओं से समान लेबल पर लटकी है। एक भार w' डोरी के सबसे निचले बिन्दु पर बन्धा है। यदि अब α और β उच्चतम और निम्नतम बिन्दु पर स्पर्श रेखा के क्षैतिज इनक्लीनेशन है। सिद्ध करो कि : A uniform string of weight w is suspended from two points at the same level and a weight w' is attached to its lowest point. If α and β are now the inclinations to the horizontal of tangent at the highest and lowest points. Prove that $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{w}{w'}$.

खण्ड - इ

8. (a) एक भारी एकसमान छड़ का एक सिरा चिकनी ऊर्ध्व दीवार पर टिका है। और छड़ की लम्बाई में एक बिन्दु एक चिकनी खूँटी के सहारे है। सन्तुलन की स्थिति निकालिये और सिद्ध करो कि सन्तुलन अस्थायी है।
A heavy uniform rod rests with one end against a smooth vertical wall and with a point in its length resting on a smooth peg. Find the position of equilibrium and show that it is unstable.
- (b) चार समान भार की भारी समान रॉड एक समचतुर्भुज बनाती हैं और उसे एककोणीय बिन्दु से स्वतन्त्र रूप से लटकाया गया है। ऊपर की दोनों रॉड्स के मध्य बिन्दुओं को एक भारहीन रॉड से जोड़ा गया है। जिससे कि समचतुर्भुज बना रहे। सिद्ध करो कि भारहीन रॉड में थर्स्ट $4w \tan \alpha$ होगा, जहाँ w प्रत्येक भारी रॉड का भार और 2α समचतुर्भुज के उपयुक्त कोणीय बिन्दु पर रॉड्स के बीच का कोण है।
Four Equal uniform rods are freely jointed so as to form a rhombus which is freely suspended by one angular point and the middle points of two upper rods are connected by a light rod so that the rhombus cannot collapse. Prove that the thrust of this light rod is $4w \tan \alpha$, where w is the weight of each rod and 2α is the angle of the rhombus at the point of suspension.
9. एक बल Px अक्ष के अनुरूप कार्य कर रहा है। और दूसरा बल np बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ के जनरेटर के अनुरूप कार्य कर रहा है। दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष: $n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$ पर होगी।
A force P acts along the axis of x and another force np along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that the central axis lies on the cylinder : $n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$