



DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

www.dreamtopper.in

SACHIN DAKSH

B.A./B.Sc. II Year Examination, 2014 (Unified Syllabus)
Mathematics-VI
Mechanics

Time: Three Hours

(AB-228)

M.M: 34/70

Note: This paper is divided into five Sections-A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Section-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive. इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्ड-ब, स, द एवं इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-A

Note: This Section contains one question of ten parts requiring short answers. Each part carries 1.4/3 marks. इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भागों के लघु उत्तर अपेक्षित हैं। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

1. (a) Prove that the angular velocity of a particle about the focus of its path varies inversely as its distance from the focus. सिद्ध करें कि किसी कण का उसके पथ पर, केन्द्रक के सापेक्ष कोणीय वेग उसकी केन्द्रक से दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होता है।
- (b) A particle moves on an equiangular spiral $r = ae^{m\theta}$ with uniform speed v . Find its radial and transverse velocities. एक कण, $r = ae^{m\theta}$ इक्वीएंगुलर स्पाइरल पर एक समान गति से चल रहा है, उसके रेडियल और ट्रान्सवर्स वेग ज्ञात करें।
- (c) A particle moves in a straight line and its velocity at a distance x from the origin is $k\sqrt{(a^2 - x^2)}$, where a and k are constants. Prove that the motion is simple harmonic and find the amplitude of the motion. एक कण सरल रेखा में गति कर रहा और उसका मूल बिन्दू से x दूरी पर वेग $k\sqrt{(a^2 - x^2)}$, जबकि a और k नियतांक हैं, सिद्ध करें कि गति सरल आवर्त है तथा इसका आयाम ज्ञात करें।
- (d) If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet, when it is nearest and farthest from the sun respectively, prove that $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$. यदि किसी ग्रह की सूर्य से दूरी जब न्यूनतम और अधिकतम है तब उसकी रेखीय गति क्रमशः v_1 तथा v_2 है। तब सिद्ध करें $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$
- (e) For the motion of a particle falling under Gravity in a resisting medium where resistance varies of the

velocity. Find the relation between v and t . एक कण जो कि रेसिसटिंग माध्यम में गुरुत्वाकर्षण बल में गति कर रहा है, जबकि माध्यम का रेसिसटेंस गति में अनुपाती है तब v तथा t में सम्बन्ध ज्ञात करें।

- (f) Find the Centre of Gravity of the area bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and Latusrectum. परवलय $y^2 = 4ax$ और उसके लेटसरेक्टम के बीच के क्षेत्र का गुरुत्वाकर्षण केन्द्र ज्ञात करें।
- (g) Define common catenary and find relation between y and ψ . साधारण कैटेनरी को परिभाषित करें तथा y और ψ के बीच सम्बन्ध ज्ञात करें।
- (h) Find the null point of the plane $x + y + z = 0$ for the force system (X, Y, Z, L, M, N) . बल निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिये समतल $x + y + z = 0$ का नल केन्द्र (null point) ज्ञात करें।
- (i) If T be the tension at any point P of a catenary and T_0 that at the Lowest point A , prove that $T^2 - T_0^2 = W^2 w$ being the weight of the arc AP of the catenary. यदि किसी कैटेनरी के बिन्दु P पर तनाव T है, जबकि निम्नतम बिन्दु A पर T_0 है, तब सिद्ध करें $T^2 - T_0^2 = W^2 w$ जबकि w चाप AP का भार है।
- (j) A particle acted by the constant forces $4i + j - 3k$ and $3i + j - k$ and displaced from the point $i + 2j + 3k$ to point $5i + 4j + k$. Find the work done by the forces. एक कण पर बल $4i + j - 3k$ और $3i + j - k$ कार्य कर रहे हैं और वह बिन्दु $i + 2j + 3k$ से बिन्दु $5i + 4j + k$ तक विस्थापित हो जाता है। बलों द्वारा किये गये कार्य की गणना करें।

Section-B, C, D, E

Note: Each section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. Answer must be descriptive. प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंकों का है। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

Section-B

2. (a) A particle moves along the axis of x starting from rest at $x = a$. For an interval t_1 from the beginning of the motion the acceleration is $-4x$, for a subsequent time t_2 the acceleration is $4x$, and at the end of this interval the particle is at the origin, prove that : एक कण x अक्ष के अनुदिश विरामावस्था से $x = a$ दूरी से चलता है। प्रारम्भिक अन्तराल t_1 के लिए त्वरण $-4x$ है इसके उपरान्त समय t_2 के लिए त्वरण $4x$ है। और इस अन्तराल के बाद कण मूलबिन्दु पर है। सिद्ध करें कि:

$$\tan(\sqrt{4t_1}) \tanh(\sqrt{4t_2}) = 1$$

3. A particle of mass m is attached to one end of an elastic string of natural length a and modulus of elasticity $2mg$. whose other end is fixed at O . The particle is let fall from A , where A is vertically above O and $OA = a$. Show that its velocity will be zero at B . where $OB = 3a$. Calculate also the time from A to B . एक m द्रव्यमान का कण एक इलास्टिक डोरी के एक सिरे से बंधा है जिसकी वास्तविक लम्बाई a और इलास्टिसिटी नियतांक $2mg$ है तथा डोरी का दूसरा सिरा स्थिर बिन्दु O पर बंधा है। कण को बिन्दु A से जो कि बिन्दु के O उर्ध्वाधर है तथा $AO = a$ है, से स्वतन्त्र रूप से गिरने दिया जाता है। दिखलाये कि बिन्दु B पर कण की गति शून्य होगी, जबकि $OB = 3a$ बिन्दु A से B तक लगा समय ज्ञात करें।

Section-C

4. A particle slides down the outside of a smooth vertical circle starting from rest at the highest point, discuss the motion. एक कण एक चिकने उर्ध्वाधर गोले के उच्चतम बिन्दु से, विरामावस्था से विस्थापित होता है, गति की विवेचना करें।

5. A particle is projected upward with a velocity u , in a medium whose resistance varies as the square of the velocity, will return to the point of projection with velocity $v_1 = \frac{uv}{\sqrt{u^2 + v^2}}$ after a time $\frac{v}{9} \left(\tan^{-1} \frac{u}{v} + \tan^{-1} \frac{v_1}{v} \right)$.

Where v is the terminal velocity. एक कण उर्ध्वाधर u गति से प्रक्षेपित किया जाता है, जबकि माध्यम का प्रतिरोध गति के वर्ग में अनुपाती है, कण प्रक्षेपण बिन्दु पर गति $v_1 = \frac{uv}{\sqrt{u^2 + v^2}}$ से समय अन्तराल $\frac{v}{9} \left(\tan^{-1} \frac{u}{v} + \tan^{-1} \frac{v_1}{v} \right)$ के बाद लौटेगा। जबकि v टर्मिनल गति है।

Section-D

6. (a) A particle moves in a plane with an acceleration which is always directed to a fixed point O in the plane, obtain the differential equation of the path. एक कण किसी तल में गति कर रहा है जिस पर लगने वाला त्वरण तब स्थिर बिन्दु O की तरफ रहता है, पथ का अवकलन समीकरण ज्ञात करें।
- (b) Find the Law of force towards the pole under which the following curve is described. $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ पोल की तरफ लगने वाले बल का नियम ज्ञात करें जिसके अन्तर्गत निम्न वक्र बनेगा। $r = ae^{\theta \cot \alpha}$
7. A single force is equivalent to component forces X, Y, Z about the axes of coordinates and to couples L, M, N about these axes. Prove that the magnitude of the single force is $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ and the equation of its

line of action are $\frac{yZ-zY}{L} = \frac{zX-xZ}{M} = \frac{xY-yX}{N} = 1$ एक बल जिसके अक्षों की दिशा में घटक X, Y, Z हैं तथा बलयुग्म L,

M, N हैं तब बल का परिणाम $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ होगा तथा बल की क्रिया रेखा होगी। $\frac{yZ-zY}{L} = \frac{zX-xZ}{M} = \frac{xY-yX}{N} = 1$

Section-E

8. A string of Length a, forms the shorts diagonal of a rhombus, formed of four uniform rods, each of length b and weight w, which are hinged together. If one of the rods be supported in a horizontal portion, prove

that the tension of the string is $\frac{2W(2b^2-a^2)}{b\sqrt{(4b^2-a^2)}}$ एक a लम्बाई की डोरी चार समान लम्बाई b तथा भार w (प्रत्येक छड़)

से बने समचतुर्भुज का छोटा कर्ण बनाती है। यदि चतुर्भुज की एक छड़ को क्षैतिज अवस्था में सहारा दिया जाता है तब

डोरी में तनाव होगा $\frac{2W(2b^2-a^2)}{b\sqrt{(4b^2-a^2)}}$

9. A uniform beam of thickness 2b rests symmetrically on a perfectly rough horizontal cylinder of radius a, show that the equilibrium of beam will be stable or unstable according as b is less than or greater than a. एक समान मोटाई 2b का बीम, एक रूक्ष क्षैतिज a त्रिज्या के बेलन पर समरूपता से रखा हुआ है दर्शाइए कि संतुलन स्थाई या अस्थायी क्रमशः $b < a$ और $b > a$ की स्थिति में होगा।