



**DREAM TOPPER**

Best E-learning Platform

Download pdf..

[www.dreamtopper.in](http://www.dreamtopper.in)

**SACHIN DAKSH**

**BA./B.Sc. II Year Examination, 2014 (Unified Syllabus)**  
**Mathematics-V**  
**(Differential Equations and Integral Transforms)**

**Time: Three Hours**

**(AB-227)**

**MM: 33/65**

**Note:** This paper is divided into five Sections—A, B, C, D & E. Section-A (Short Answer Questions) contains one question of ten parts requiring short answer. All these ten parts are compulsory. Sections-B, C, D & E (Descriptive Answer Questions) each contains two questions. Attempt one question from each Section. Answer must be descriptive. इस प्रश्न-पत्र को पाँच खण्डों-अ, ब, स, द एवं इ में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ (लघु उत्तरीय प्रश्न) में एक लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिसके दस भाग हैं। ये सभी दस भाग अनिवार्य हैं। खण्ड-ब, स, द एवं इ (विस्तृत उत्तरीय प्रश्न) प्रत्येक में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। विस्तृत उत्तर अपेक्षित है।

**Section-A**

**Note:** This Section contains one question of ten parts. Each part carries 1.3/2½ marks. इस खण्ड में एक प्रश्न के दस भाग हैं। प्रत्येक भाग 1.3/2½ अंक का है।

1. (a) Solve: हल कीजिए:

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2 e^y.$$

- (b) Solve: हल कीजिए:

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x.$$

- (c) Find the singular solution of the following: निम्नलिखित का विधित्र हल ज्ञात कीजिए:

$$y = x \frac{dy}{dx} + a \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}.$$

- (d) Solve: हल कीजिए:

$$(y+zx)p - (x+yz)q = x^2 - y^2.$$

- (e) Define orthogonal trajectories. लम्बकोणीय संछेदी को परिभाषित कीजिए।

- (f) Solve: हल कीजिए:

$$(D^3 - 7DD^2 + 6D^3)z = \sin(x+2y) + e^{3x+y}.$$

- (g) Find: ज्ञात कीजिए:

$$L\{7e^{2t} + 9e^{-2t} + 5\cos t + 7t^3 + 5\sin 3t + 2\}.$$

- (h) Find: ज्ञात कीजिए:

$$L^{-1}\left\{\frac{2p+1}{p^2-4}\right\}.$$

- (i) Define Fourier series. फूरिये श्रेणी को परिभाषित कीजिए।

- (j) Find the Fourier transform of  $F(x)$  defined by: निम्न परिभाषित  $F(x)$  का फूरिये रूपान्तर ज्ञात कीजिए:

$$F(x) = e^{-ax}, a > 0.$$

Section-B, C, D, E

Note: Each section contains two questions. Attempt one question from each Section. Each question carries 5/10 marks. प्रत्येक खण्ड में दो प्रश्न हैं। प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है।

Section-B

2. (a) Solve: हल कीजिए:

$$y - x \frac{dy}{dx} = a \left[ y^2 + \frac{dy}{dx} \right].$$

(b) Find the differential equation of all circles passing through the origin and having their centres on the y-axis. मूलबिन्दु से होकर जाने वाले सभी वृत्तों का, जिनका केन्द्र y-अक्ष पर है, अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए। Or

3. (a) Solve: हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 2x^2.$$

(b) Solve: हल कीजिए:  $ap^2 + py - x = 0.$

Section-C

4. (a) Solve: हल कीजिए:

$$\frac{dx}{dt} + 7x - y = 0 \quad \frac{dy}{dt} + 2x + 5y = 0$$

(b) Show that the orthogonal trajectories of all the family of conics  $y^2 - x^2 + 4xy - 2cx = 0$  consists of a family of cubics, with the common asymptote  $x + y = 0$ . दिखाइए कि शोकव परिवार  $y^2 - x^2 + 4xy - 2cx = 0$  की लम्बकोणीय संछेदी एक घनाकार परिवार होता है, जिसका अभीष्ट अनन्तस्पर्शी  $x + y = 0$  है। Or

5. (a) Solve: हल कीजिए:

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 4x^3y = 8x^3 \sin x^2.$$

(b) Prove that: सिद्ध कीजिए कि:

$$\int_{-1}^{+1} [P_n(x)]^2 dx = \frac{2}{2n+1}.$$

6. (a) Prove that: सिद्ध कीजिए कि:

$$2J_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x).$$

(b) Find a complete integral of the following: निम्नलिखित का पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिए:

$$(p^2 + q^2)y = qz.$$

Or

7. (a) Solve by Monge's method: मोंगेस विधि द्वारा हल कीजिए:

$$2x^2r - 5xys + 2y^2t + 2(px + qy) = 0.$$

(b) Using Laplace transform to prove that: लाप्लास रूपान्तर का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए:

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Section-E

8. (a) Find: ज्ञात कीजिए:

$$L^{-1} \left\{ \frac{p^2}{p^4 + 4a^4} \right\}.$$

(b) Solve by Laplace transform: लाप्लास रूपान्तर द्वारा हल कीजिए:

$$(D^2+1)y=t \cos 2t,$$

$$y=\frac{dy}{dt}=0 \text{ when जब } t=0.$$

9. (a) Find the Fourier sine transform of the following:

निम्नलिखित का फूरिये ज्या रूपान्तर ज्ञात कीजिए:

$$\frac{e^{ax}+e^{-ax}}{e^{\pi x}-e^{-\pi x}}.$$

(b) Use the Fourier sine transform to solve: फूरिये ज्या रूपान्तर के प्रयोग द्वारा हल कीजिए:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}.$$

If (यदि):

$$U(0,t)=0, U(x,0)=e^{-x}, x>0$$

$U(x,t)$  is bounded where  $x>0, t>0$ .

परिबद्ध है, जहाँ  $x>0, t>0$ .