



DREAM TOPPER

Best E-learning Platform

Download pdf..

www.dreamtopper.in

SACHIN DAKSH

B.A. / B.Sc. II Year Examination, 2013 (Unified Syllabus)
MATHEMATICS - V
(Mechanics)

Time: 3 Hours]

(AB-228)

[M.M: B.A. 34 / B.Sc. 70

Note: This paper is divided into two Sections-A, and B. Section-A contain **Short Answer Questions** and Section-B contains **Descriptive Answer Questions**. Attempt all section as per instructions. इस प्रश्न-पत्र को दो खण्डों- अ, और ब में विभाजित किया गया है। खण्ड-अ में लघु उत्तरीय प्रश्न खण्ड-ब में विस्तृत उत्तरीय प्रश्न हैं। सभी खण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिए।

Section-A

Note: In this Section Q. NO. 1 contains ten parts, all parts are compulsory. Each part carries 1.4/3 marks. इस खण्ड में प्रश्न सं. 1 के दस भाग हैं, सभी भाग अनिवार्य हैं। प्रत्येक भाग 1.4/3 अंक का है।

1. (i) A particle describe a parabola with uniform speed. Show that it's angular velocity about the focus S at any point P varies inversely as $(SP)^{3/2}$. एक कण एक समान गति से परवलयकार पथ पर गति कर रहा है। पथ के किसी बिन्दु P पर कोणीय वेग $(SP)^{3/2}$ के व्युत्क्रमानुपाती होगा जबकि S परवलय का केन्द्रक है।
- (ii) The velocities of a particle along and perpendicular to the radius vector are $\lambda\pi$ and $\mu\theta$. Find the path and show that the accelerations along and perpendicular to the radius vector are. एक कण के रेडियस वेक्टर और उसके लम्बवत वेग क्रमशः $\lambda\pi$ और $\mu\theta$ हैं। बिन्दु पथ ज्ञात करें तथा दर्शायें कि रेडियस वेक्टर और उसके लम्बवत त्वरण क्रमशः $\lambda^2 r - \mu^2 \theta^2 / r$ and $\mu\theta(\lambda + \mu / r)$ हैं।
- (iii) A point moving in a straight line with S.H.M. has velocities v_1 and v_2 when it's distances from the centre are x_1 and x_2 . Show that the period of motion is. एक कण सरल रेखा में सरल आवर्तन कर रहा है। जब उसकी मध्य बिन्दु से दूरी x_1 और x_2 है तब उसका वेग v_1 और v_2 है। दर्शायें कि उसका आवर्त समय

$$2\pi \sqrt{\left(\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2} \right)} \text{ है।}$$

- (iv) If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet, when it is nearest and farthest from the sun respectively, prove that यदि किसी ग्रह की सूर्य से दूरी जब न्यूनतम और अधिकतम है और तब उसकी रेखीय गति (linear velocity) क्रमशः v_1 तथा v_2 है, तब सिद्ध करें $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$
- (v) For the motion of a particle falling under Gravity in a resisting medium where resistance varies as the square of the velocity. Find the relation between v and x . Where v is the velocity and ' x ' is distance from starting point. एक कण जो कि रेसिसटिंग माध्यम में गुरुत्वाकर्षण बल में गति कर रहा है, जबकि माध्यम का रेसिसटेंस गति के वर्ग के अनुपाती है, तब v और x में सम्बन्ध ज्ञात करें; जहाँ v कण का वेग और x कण द्वारा तय की गयी दूरी है। (starting point से)।
- (vi) Define stable and unstable equilibrium with examples.
उदाहरण सहित स्थिर और अस्थिर संतुलन परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define common catenary and find relation between x and s .
साधारण केटनरी को परिभाषित करें तथा x और s के बीच सम्बन्ध ज्ञात करें।
- (viii) A rope of length $2l$ feet is suspended between two points at the same level and the lowest point of the rope is b feet below the points of suspension. Show that the horizontal component of tension is $\frac{w(l^2 - b^2)}{2b}$, w being the weight per foot of rope. एक रस्सी जिसकी लम्बाई $2l$ फीट है, एक समान ऊँचाई पर दो बिन्दुओं से बंधी है। रस्सी का सबसे नीचा बिन्दु b फीट नीचे है। दर्शाइये कि तनाव का क्षैतिज घटक $\frac{w(l^2 - b^2)}{2b}$ है, जहाँ w रस्सी का प्रति फुट भार है।
- (ix) Find the centre of gravity of the arc of the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ lying in the first quadrant.
प्रथम चतुर्थांश में एस्ट्रोयड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की आर्क का गुरुत्वाकर्षण केन्द्र ज्ञात करें।
- (x) Find the condition that the straight line $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ may be a null line for the system of forces (X, Y, Z, L, M, N) . कन्डिशन ज्ञात करें कि फोर्स सिस्टम (X, Y, Z, L, M, N) के लिये रेखा $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ एक नल रेखा होगी।

Section-B

Note: This Section contains four Units. Attempt one question from each Unit. Each question carries 5/10 marks. इस खण्ड में चार इकाई हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5/10 अंक का है।

Unit-I

2. If h be the height due to the velocity v at the earth's surface, supposing its attraction constant and H the corresponding height when the variation of gravity is taken into account. Prove that $\frac{1}{h} - \frac{1}{H} = \frac{1}{r}$, where r is the radius of the earth. यदि पृथ्वी की सतह पर v वेग के कारण, गुरुत्वाकर्षण बल कांस्टेंट लेने पर h ऊँचाई मिलती तथा गुरुत्वाकर्षण बल वैरियेबल लेने पर H ऊँचाई मिलती, तब सिद्ध करें $\frac{1}{h} - \frac{1}{H} = \frac{1}{r}$, जहाँ r पृथ्वी की त्रिज्या है।
3. A Light elastic string AB of Length l is fixed at A and is such that if a weight W be attached to B, the string will be stretched to a length $2l$. If a weight $W/4$ be attached to B and Let fall from the level of A, prove - एक हल्की इलास्टिक डोरी AB जिसकी लम्बाई l है, A पर बँधी है यदि भार W , B पर बाँधा जाता है तब डोरी $2l$ लम्बाई तक खिंच जाती है। यदि एक भार $W/4$, B पर बाँध कर A ऊँचाई से गिरने दिया जाता है, सिद्ध करें-

(i) The Amplitude of the S.H.M. that ensues is $3/4$, सरल आवर्त गति का आयाम $3/4$ है।

(ii) The distance through which it falls is $2l$, यह $2l$ ऊँचाई तक गिरेगा।

(iii) The period of oscillation is $\sqrt{\frac{l}{4g}} \left(4\sqrt{2} + \pi + 2 \sin^{-1} \frac{1}{3} \right)$. दोलन का समय $\sqrt{\frac{l}{4g}} \left(4\sqrt{2} + \pi + 2 \sin^{-1} \frac{1}{3} \right)$ है।

Unit-II

4. Determine the motion of a particle sliding down the arc of a smooth, cycloid whose axis is vertical and vertex downwards. एक साइक्लायड जिसकी अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा वरटेक्ट नीचे की तरफ है, पर एक कण के नीचे की तरफ फिसलने की गति की विवेचना करें।

5. A particle of mass m is projected vertically under gravity, the resistance of the air being mk time the velocity.

Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{V^2}{g} [\lambda - \log(1+\lambda)]$, where V is the terminal velocity

and λV is the initial velocity of the particle. एक कण जिसका द्रव्यमान m है, ऊर्ध्वाधर (गुरुत्वाकर्षण के अन्तर्गत) प्रक्षेपित किया जाता है। हवा का अवरोध, गति का mk गुणा है। प्रदर्शित करें कि कण द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई

$\frac{V^2}{g} [\lambda - \log(1+\lambda)]$ है, जहाँ V कण की टर्मिनल और λV इनिशियल गति है।

Unit-III

6. A particle is moving with central acceleration $\mu(r^5 - c^4r)$ being projected from an apse at a distance c

with velocity $c^3 \sqrt{\frac{2\mu}{3}}$. Show that its path is the curve $x^4 + y^4 = c^4$ एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu(r^5 - c^4r)$ के अन्तर्गत गति कर रहा है तथा जिसको एप्स से c दूरी से $c^3 \sqrt{\frac{2\mu}{3}}$ की गति से प्रक्षेपित किया गया है। दर्शाइये इसका पथ वक्र $x^4 + y^4 = c^4$ होगा।

7. A force P acts along the axis of x and another force nP along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that central axis lies on the cylinder $n^2(nx-2)^2 + (1+n^2)^2y^2 = n^4a^2$ एक बल P x -अक्ष की दिशा में कार्य करता है तथा दूसरा बल nP बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ के एक जेनरेटर की दिशा में कार्य करता है। दिखाइए कि केन्द्रीय अक्ष निम्न बेलन पर स्थित है।

Unit-IV

8. A body consisting of a cone and a hemisphere on the same base, rests on rough horizontal table. The hemisphere being in contact with the table, show that the greatest height of the cone so that equilibrium may be stable, is $\sqrt{3}$ time the radius of the hemisphere. एक टॉस अर्द्ध गोले के आधार पर एक गोलीय आधार वाला शंकु निर्मित है। यह अर्द्ध गोला क्षितिज समतल रूख मेज पर रखा है। दिखाइए कि स्थिर संतुलन हेतु शंकु की ऊँचाई अर्द्ध गोले की त्रिज्या की $\sqrt{3}$ गुनी होनी चाहिए।

9. Four rods of equal weight w forms a rhombus $ABCD$, with smooth hinges at the joints. The frame is suspended by the point A and a weight W is attached to C . A stiffening rod of negligible weight joint the middle point of AB and AD , keeping these inclined at α to AC . Show that the thrust in this stiffening rod is $(2W + 4w) \tan \alpha$. चार एक समान भार w की छड़ जुड़कर एक समचतुर्भुज $ABCD$ फ्रेम बनाते हुए बिन्दु A पर लटकी है और बिन्दु C पर भार W जुड़ा है। एक भार-रहित सीधी छड़ AB और AD में मध्यबिन्दु से इस प्रकार जुड़ी है कि उनका AC से कोण α है। सिद्ध कीजिए कि सीधी छड़ में $(2W + 4w) \tan \alpha$ श्रस्ट है।

□□